

3.2. Динамические системы.

Схемы моделирования

Современные способы изображения биологических систем в виде графических схем ведут свое происхождение, с одной стороны, от традиционных изобразительных методов, используемых в биохимии, физиологии и других биологических дисциплинах [5, 9, 12, 49, 89, 234, 247], и, с другой, от структурных схем, получивших в свое время широкое распространение для программирования аналоговых вычислительных машин [42, 90, 228].

Применяемые в настоящее время схемы во многом сохраняют точность и строгость, присущие схемам аналогового моделирования, но при этом не предназначены для узких целей исследования систем с помощью тех или иных вычислительных средств, а имеют общий смысл наглядного представления структурных свойств и особенностей исследуемых моделей.

Для получения схемы моделирования какого-либо процесса или системы требуется их математическое описание. Такое описание объектов часто дается в форме дифференциальных уравнений k -го порядка, разрешенных относительно старших производных, т. е.

$$\frac{d^k x_i}{dz^k} = f_i(x_1, x_1', x_1'', \dots, x_1^{(k-1)}; \dots; x_m, x_m', x_m'', \dots, x_m^{(k-1)}; z),$$

(3.1)

$$i = 1, 2, \dots, m,$$

где x_i — переменная системы (зависимая переменная), z — независимая переменная, $x_i', x_i'', \dots, x_i^{(k-1)}$ — производные x_i по z от первого до $(k-1)$ -го порядка.

Систему уравнений (3.1) всегда можно представить в виде системы уравнений первого порядка.

Переменные x_1, x_2, \dots, x_m в (3.5) называются иногда *фазовыми координатами* системы. Задание совокупности фазовых координат определяет состояние системы в текущий момент времени.

Графические схемы, используемые для описания структуры системы, должны с той или иной степенью полноты отражать связи между ее фазовыми координатами. Различают несколько

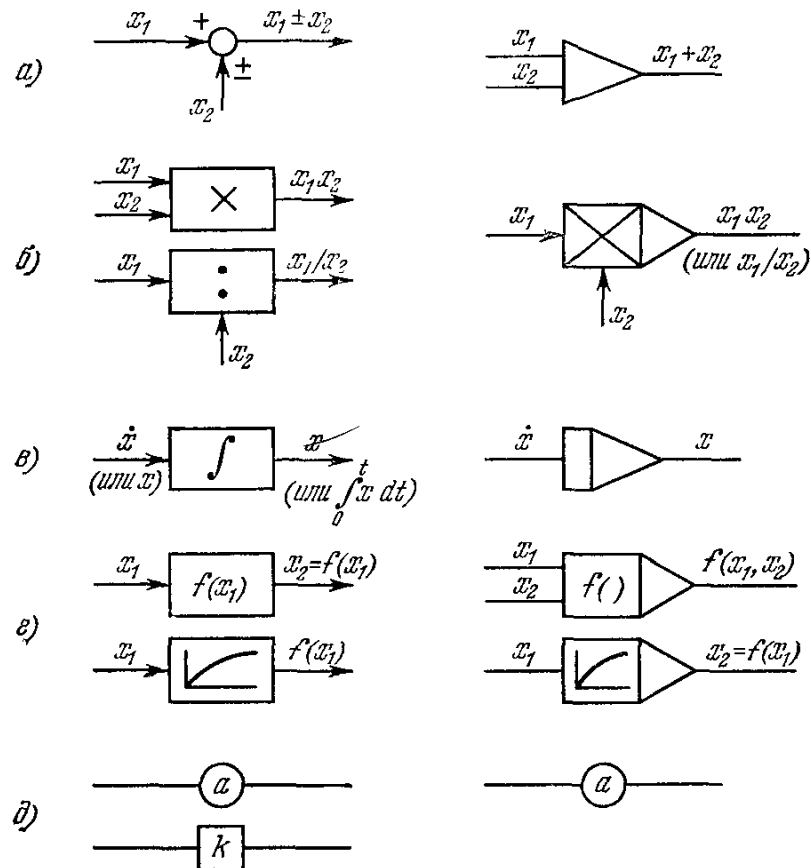


Рис. 3.2. Символы, используемые в схемах моделирования. В левом столбце — обозначения, наиболее часто используемые в схемах моделирования, в правой — обозначения, применяемые для программирования аналоговых вычислительных машин. а) Суммирование (или вычитание); б) умножение (или деление), во втором случае на схеме желательно указывать делимое и делитель; в) интегрирующее звено; г) нелинейное преобразование; д) постоянные коэффициенты.

типов графических представлений системы. Если в схеме отображаются лишь основные структурные связи между некоторыми переменными, дающие представление о характере связей в системе, то такая схема называется *блок-схемой* системы. При изображении блок-схемы можно не придерживаться каких-либо строго установленных обозначений для отдельных элементов и узлов. Наиболее приемлемыми символами блок-схемы можно считать изображение отдельных частей схемы в виде прямоугольников произвольного размера с указанием операций, выполняемых данным узлом [42]. Вообще говоря, в этом случае

можно ограничиваться и словесным описанием функций, выполняемых блоком. Степень детализации элементов блок-схемы может быть различной, что определяется только точкой зрения исследователя.

Схема моделирования является строгим графическим отражением уравнений системы. Символы, используемые для отдельных элементов, должны быть стандартизированы, а все элементы структуры должны иметь один и тот же уровень детализации. Обычно при построении схем моделирования исходят из описания систем в нормальной форме Коши и используют набор стандартных обозначений элементов, показанный на рис. 3.2. Схема моделирования строится следующим образом: каждой фазовой координате ставится в соответствие один интегрирующий элемент (*интегратор*), а затем с помощью стандартных символов графически изображаются связи между интеграторами согласно правым частям уравнений (3.5). В различных областях, где применяются схемы моделирования, формулируется ряд специфических требований, более жестко регламентирующих способы изображения систем (см., например, [42, 228]). Мы этих требований придерживаться не будем. В наших схемах мы будем использовать, в основном, элементы, приведенные в первом столбце рис. 3.2, хотя будем применять обозначение интегратора в любой из двух возможных форм — в виде прямоугольника или в виде треугольника.

ПРИМЕРЫ

1. Зависимость между количеством производителей хамсы S и количеством молоди от каждого нерестившегося производителя в Азовском море (используется в большой имитационной модели динамики рыбного стада Азовского моря, Горстко, 1985):

$$S = 4.95/x^2 + 27.78/x - 0.078, \sigma = 0.24$$

S - количество сеголеток (штуки) на каждого нерестившегося производителя.
x - количество зашедших весной из Черного моря в Азовское производителей хамсы (млрд штук).
s - среднеквадратичное отклонение.

2. Скорость поглощения кислорода опадом листьев

(Из книги: Д.Джефферс "Введение в системный анализ: применение в экологии", М., 1981)

$$\lg(Y+1) = 0.561 - 8.701D10^{-4} + 3.935D^2 10^{-7} + 7.187B10^{-4} + 0.0398T$$

Y поглощение кислорода, измеренное в мкл(0,25 г)-1ч-1.
D - число дней, в течение которых выдерживались образцы,
B - процентное содержание влаги в образцах,
T - температура, измеренная в град.С.

Эта формула дает несмещенные оценки для скорости поглощения кислорода во всем диапазоне дней, температур и влажностей, которые наблюдались в эксперименте, со средним квадратичным отклонением в поглощении кислорода, равном $s = 0.319 \pm 0.321$.