Лекция №6

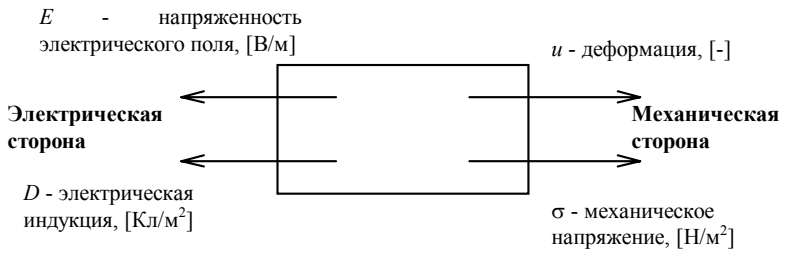
6. Пьезоэлектрические датчики

6.1. Уравнения состояния пьезоэлектрика

Пьезоэффект - связь между электрической поляризацией (индукцией) или электрическим полем и механическим напряжением или деформацией, которая наблюдается у некоторых диэлектриков и полупроводников.

Прямой пьезоэффект - возникновение поляризации (индукции) под действием механических напряжений.

Обратный пьезоэффект - зависимость деформации пьезоэлектриков от электрического поля.



Таким образом пьезоэлектрик можно представить в виде активного четырехполюсника, описываемого четырьмя переменными.

$D = \varepsilon \ E$ - закон Максвелла $\quad u = S \ \sigma$ - закон Гука

Т. к. переменные взаимосвязаны попарно, то любая пара (1 электрическая величина, 1 механическая) может быть выбрана в качестве независимых переменных. Тогда две оставшиеся будут зависимы. Т. о. уравнения пьезоэффекта могут быть четырех видов. Причем первое уравнение отражает закон Гука (с учетом электрической стороны), а второе - закон Максвелла с учетом механической стороны).

$$\left.\begin{aligned} u_i &= s_{ij}^E \sigma_j + \left(d_{im}\right)^t E_m \\ D_m &= d_{im}\sigma_i + \varepsilon_{mn}^\sigma E_n \end{aligned}\right\}(1) \qquad \left.\begin{aligned} \sigma_i &= c_{ij}^E u_j - \left(e_{im}\right)^t E_m \\ D_m &= e_{im}u_i + \varepsilon_{mn}^u E_n \end{aligned}\right\}(3)$$

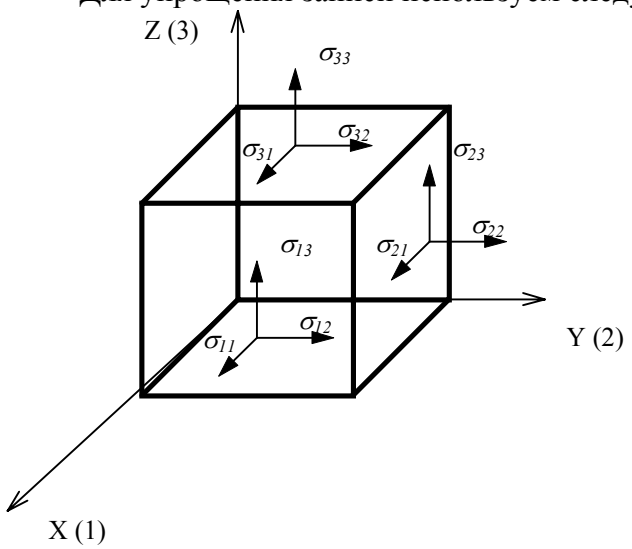
$$\left.\begin{aligned} u_i &= s_{ij}^D \sigma_j + \left(g_{im}\right)^t D_m \\ E_m &= -g_{im}\sigma_i + \beta_{mn}^\sigma D_n \end{aligned}\right\}(2) \qquad \left.\begin{aligned} \sigma_i &= c_{ij}^D u_j - \left(h_{im}\right)^t D_m \\ E_m &= -h_{im}u_i + \beta_{mn}^u D_n \end{aligned}\right\}(4)$$

$i, j = 1...6$

$m, n = 1...3$

При записи системы уравнений используется следующая система обозначений:

Для упрощения записи используем следующую систему индексных обозначений:



$$\sigma_{11} = \sigma_1; \qquad u_{11} = u_1;$$

$$\sigma_{22} = \sigma_2; \qquad u_{22} = u_2;$$

$$\sigma_{33} = \sigma_3; \qquad u_{33} = u_3;$$

$$\sigma_{32} = \sigma_{23} = \sigma_4; \qquad u_{32} + u_{23} = u_4;$$

$$\sigma_{31} = \sigma_{13} = \sigma_5; \qquad u_{31} + u_{13} = u_5;$$

$$\sigma_{12} = \sigma_{21} = \sigma_6. \qquad u_{12} + u_{21} = u_6.$$

Данные равенства выполняются при отсутствии сдвиговых напряжений.

Типы граничных условий

тип	режим	аналогия
E=0	*кз*	*U=0*
D=0	*xx*	*I=0*
σ=0	*свободный элемент*	*F=0*
u=0	*заторможенный элемент*	*v=0*

При определении механических граничных условий оцениваются условия в направлении **поперечном** колебательному движению.

При определении электрических граничных условий оцениваются условия в направлении, **совпадающем** с направлением колебательного движения.

Система нижних индексов такова, что первый указывает направление действия силы, а второй - направление электрического поля.

Определим константы из уравнений (1) - (4).

1) s_{ij}^E, s_{ij}^D - упругая податливость, $[м^2/Н]\sim10^{-12}$.

c_{ij}^E, c_{ij}^D - упругий модуль (Юнга), $[Н/м^2]\sim10^{10}$.

Представляют собой тензоры четвертого порядка. Связывают величины u_i и σ_i (или u_j и σ_j) - тензоры второго порядка.

2) d_{im}, e_{im}, g_{im}, h_{im} - пьезоконстанты - тензоры третьего порядка. Связывают векторы D и E с u_i или σ_i (u_j или σ_j) - тензорами второго порядка.

3) ε_{mn}, β_{mn} - диэлектрические константы.

$$\beta_{mn} = \frac{1}{\varepsilon_{mn}}.$$

Представляют собой тензоры второго порядка и связывают векторы E и D. В справочниках обычно задаются величиной

$$\varepsilon_{mn} / \varepsilon_0 \sim 10^2 - 10^3;$$

$$\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \Phi / м.$$

Система уравнений (1) определяет константы s^E, d, ε^σ.

• d - пьезомодуль, определяет величину деформации в свободном $(\sigma=0)$ элементе при $E=const$; $[Кл/Н]\sim10^{-12}$;

Система уравнений (3) определяет константы c^E, e, ε^u.

• e - пьезоконстанта, определяет механические напряжения в заторможенном ($u=0$) элементе при $E=const$; $[Кл/м^2]\sim10^1$.

Система уравнений (2) определяет константы s^D, g, β^σ.

• g - пьезоконстанта давления, характеризует напряженность электрического поля в режиме холостого хода $(D=0)$ при постоянных механических напряжениях $\sigma=const$; $[Вм/Н]\sim10^{-3}$.

Система уравнений (4) определят константы c^D, h, β^u.

• h - пьезоконстанта деформации, определяет напряженность электрического поля в режиме холостого хода $(D=0)$ при заданных деформациях $u=const$; $[В/м^2]\sim10^8$.

Связь между константами

упругие	диэлектрические	пьезоэлектрические	уравнения
$s^E - s^D =$ $= gd = dg$	-	$d = e^\sigma g;$ $g = \beta^\sigma d$	(1)-(3)
$c^D - c^E =$ $= he = eh$	-	$e = \varepsilon^u h;$ $h = \beta^u e$	(2)-(4)
-	$\varepsilon^\sigma - \varepsilon^u =$ $= de = ed$	$d = es^E;$ $e = dc^E$	(1)-(2)
-	$\beta^u - \beta^\sigma =$ $= hg = gh$	$g = hs^D;$ $h = gc^D$	(3)-(4)

Во многих случаях работу пьезоматериала удобно оценить применительно к различным режимам работы комбинацией этих параметров.

Наиболее важным из них является коэффициент электромеханической связи (КЭМС), характеризующий эффективность преобразования мощности в пьезоматериале. От величины КЭМС прямо зависит пьезоэффект. С помощью этого параметра сравнивают пьезоматериала с различными константами. Для каждой системы граничных условий и каждой ориентации электрического поля существует свой КЭМС.

За главные КЭМС принимаются

$$\left.\begin{aligned} k_{33} &= \frac{d_{33}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^\sigma s_{33}^E}} \\ k_{31} &= \frac{d_{31}}{\sqrt{\varepsilon_{33}^\sigma s_{11}^E}} \end{aligned}\right\}$$ - для электрического поля параллельного оси z.

$k_{33} > k_{31}$.

$k_{15}\dfrac{d_{15}}{\sqrt{\varepsilon_{11}^{\sigma} s_{44}^{E}}} = h_{15}\sqrt{\dfrac{\varepsilon_{11}^{u}}{c_{44}^{D}}}$ - для электрического поля перпендикулярного оси *z (3).*

6.2. Пьезоэлемент как основная часть пьезопреобразователя

Пьезоэлемент - изготовленная из пьезоматериала деталь простой геометрической формы (стержень, пластина, диск и др.) с нанесенными на определенные поверхности электродами, являющаяся основой пьезоэлектрического преобразователя.

6.2.1. Пьезоматериалы

Пьезоматериалы - тип материалов, обладающих свойством пьезоэффекта. Бывают естественного происхождения (кварц) и искусственного (пьезокерамика). Пьезокерамика представляет собой неорганический диэлектрик с высокой диэлектрической проницаемостью, относится к сегнетоэлектрикам (твердые растворы солей бария $BaTiO_3$ и свинца $PbTiO_3$. Промышленные составы пьезокерамик гостированы ГОСТ 12370-72, ГОСТ 13927-74 “Материалы пьезокерамические”. В соответствии с ГОСТом они делятся на 4 класса:

I. - излучатели и приемники малой и средней мощности; высокая чувствительность (ТБ-1, ЦТСНВ - 1, ЦТС - 19) - сегнетомягкая керамика;
II. - большой (ЦТСС - 1, ЦТС - 23) и средней (ЦТБС - 3, ТБК - 3, НБС - 1) мощности. Преимущественно излучатели, использующиеся для работы в условиях сильных механических полей и электрических напряжений - сегнетожесткая;
III.- с повышенной стабильностью частотных характеристик в заданном интервале температур и времени (ЦТС - 22, НБС - 3);
IV.- высокотемпературная керамика с повышенной стабильностью частотных характеристик - до +250°С (ЦТС - 21).

В соответствии с химическим составом пьезокерамическим материалам присваиваются марки, буквы которых означают химическую формулу, а цифры присваиваются заводом-изготовителем.

Б - барий	В - висмут
Ц - цирконий	К - кальций
С - свинец	Ст - олово
Н - ниобий	

Технологический процесс изготовления пьезокерамических изделий можно разбить на 7 этапов:

I. <u>Синтез материала</u> - сущность сводится к получению однородного мелкодисперсного продукта с высоким содержанием требуемого вещества. Исходное сырье - окислы и соли.
II. <u>Изготовление заготовок</u> - осуществляется прессованием или литьем под давлением. Сухой порошок пластифицируют, прессование осуществляется в специальных прессформах при удельных давлениях $5\text{-}8 \cdot 10^{7}$ *Па*.
III. <u>Обжиг</u> - производят в печах со специальным градиентом температуры (*t°=900-1500°С)*.
IV. <u>Механическая обработка</u> - этап непосредственного изготовления пьезоэлемента. Изготовление заготовки осуществляется теми же способами, что и обработка металлов: на токарных, фрезерных и сверлильных станках. Рекомендуются победитовые рез-

цы, сверла и т.д. Доводка элементов до заданных размеров осуществляется шлифовкой, для доводки по частоте используют полировку.

V. Нанесение электродов - осуществляется вакуумным напылением, вжиганием, осаждением из раствора (химический способ). Материалы для электродов - серебро (обычно), никель, паладий, индий, медь. Ниаболее распространенный способ - вжигание серебряной пасты: на обезжиренную поверхность наносят кистью или пульверизатором слой серебряной пасты, сушат при *200°С* и вжигают при *750-800°С*.

VI. Поляризация - процесс ориентации произвольно направленных доменов вещества в определенном направлении. Способы: масляная и воздушная, высоко- и низкотемпературная, в постоянном или импульсном поле динамическим методом. Чаще используется масляная или воздушная в непрерывном постоянном поле.

VII. Выходной контроль пьезоэлементов - визуальный осмотр на соответствие чертежу и техническим условиям, контроль поляризации, диэлектрических констант, коэффициента связи.

6.2.2. Классификация пьезокерамических элементов (ПКЭ)

ПКЭ можно классифицировать по трем основным признакам:

– геометрическая форма;

– взаимная ориентация возбуждающего электрического поля и возникающего колебательного смещения;

– отношение резонансного размера ПКЭ к другим размерам.

Геометрическая форма и соотношение размеров выбирают из условий возникновения одномерных линейных колебаний.

По геометрической форме различают две основные группы ПКЭ:

1) прямоугольные параллелепипеды;
2) тела вращения.

Прочие ПКЭ относят к элементам специальной формы: трапецеидальные стержни, треугольные пластины и др.

Геометрическая форма ПКЭ

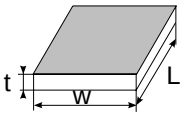
Прямоугольные параллелепипеды

Стержни
$l>>t,w;\ w>t$

Полосы
$t<<l,w;\ w<l$

Пластины
$t<<l,w;\ l\sim`w$

Короткие стержни или толстые пластины
$l>>t;\ w>t;w\sim l$
$t<<l;\ l\sim`w;w\sim t$



Тела вращения

Цилиндрические стержни
$l>>d,t;\ d>t$

Сплошные
$t\to\infty$

Полые трубки
$t\neq 0$

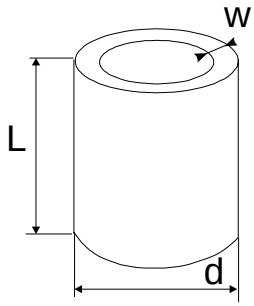
Диски
$w\to\infty;\ d>>t$

Кольца тонкие
$d>>t,w;t\sim w$

Сферические оболочки

Короткие цилиндры или толстые диски
$l>d,t;\ d>t$
$d>>$

Короткие трубки или толстые кольца
$d>t,w;t\sim w$



ПКЭ специальной формы

Трапецеидальные

Треугольные

6.2.3. Классификация одномерных мод колебаний пьезоэлементов

По взаимной ориентации электрического поля и колебательного смещения, определяющей электрические граничные условия в направлении колебаний, выделяют моды колебаний, в которых электрическое поле перпендикулярно направлению колебаний (пьезомягкие) или совпадает с ним (пьезожесткие).

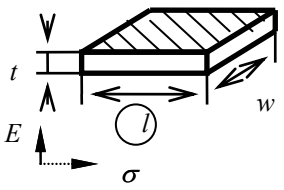
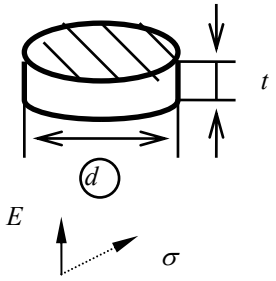
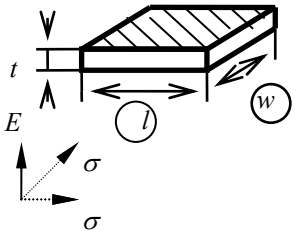
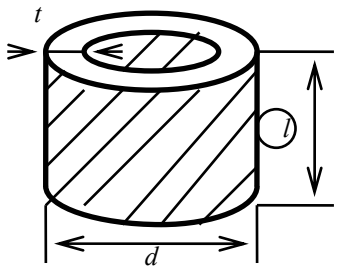
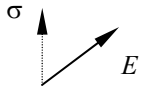
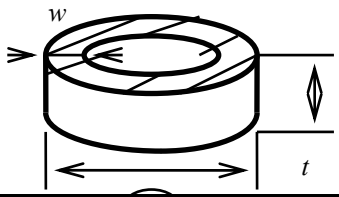
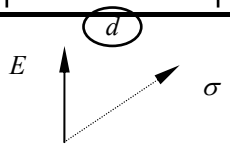
Используются следующие условные обозначения:

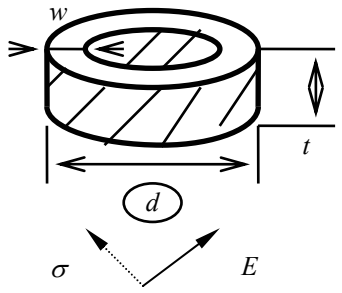
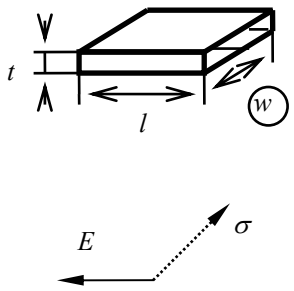
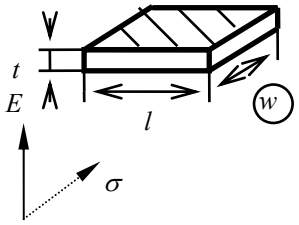
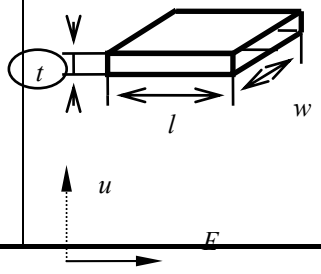
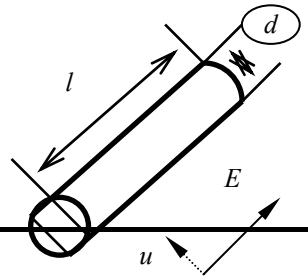
•заштрихованная поверхность - нанесенный электрод;

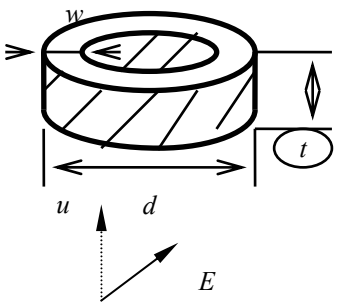
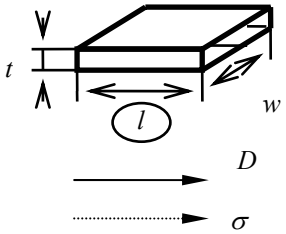
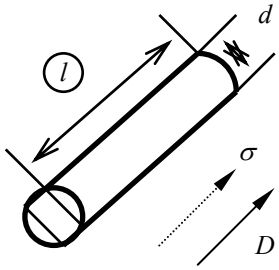
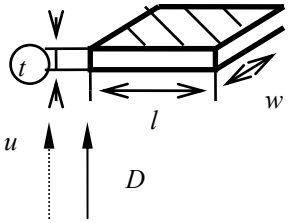
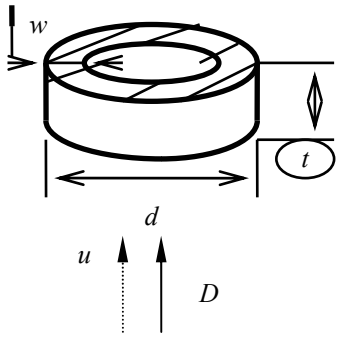
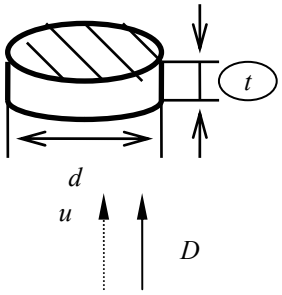
•сплошная линия со стрелкой - направление электрического поля (от электрода к электроду);

•пунктирная линия со стрелкой - направление механических колебаний;

•размер, обведенный в круг - вдоль которого осуществляются механические колебания - резонансный.

Частотный диапазон	Система уравнений	Прямоугольные параллелепипеды	Тела вращения
		Пьезомягкие моды	
НЧ	(1)	 *l*>>*t, w*, стержень, поперечные колебания в поле, перпендикулярном длине	 *d*>>*t*, диск, радиальные колебания
		 *l* ≅ *w*>>*t*, пластина Изгибные колебания	  *l*>*d*>>*t*, тонкая трубка, колебания по длине
			 

			d>>*t*, *w*, кольцо, аксиальная поляризация, радиальные колебания
			 *d*>>*t*, *w*, кольцо, радиальная поляризация, радиальные колебания
СЧ		 *l*>>*w*>>*t*, пластина, поперечные колебания по ширине	
		 *l*≅*w*>>*t*, пластина, поперечные колебания по ширине	
ВЧ	(2)		

		$t<<w\cong l$, пластина, продольные колебания по толщине	$d<<l$, цилиндр, радиальные колебания
			 $t<<d$, w, кольцо, поперечные колебания по толщине
		Пьезожесткие моды	
НЧ	(3)	 $l>w>>t$, стержень, продольные колебания по длине	 $d<<l$, цилиндр, продольные колебания по длине
ВЧ	(4)	 $t<<w\cong l$,пластина, продольные колебания по толщине	 $t\cong w<<d$, кольцо, продольные колебания по толщине
			 $d>>t$, диск, продольные колебания по толщине