

53(07)
П691

№ 4795



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И
НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное
автономное образовательное
учреждение высшего профессионального
образования



“ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ В Г. ТАГАНРОГЕ

КАФЕДРА ФИЗИКИ

Практикум
по дисциплине **ФИЗИКА**
раздел **МЕХАНИКА**
(по направлениям подготовки: естественные науки и
математика; информационная безопасность;
техника и технологии)

ЕГФ

Таганрог 2011

УДК 53(076.5) + 531/534(076.5)

Составители: С.А. Богданов (№ 101-103), С.В. Волков (№ 101-103), М.И. Слестен (№ 101-102), И.И. Красюк (№ 104), Е.Е. Нестюрина (№ 104)

Практикум по дисциплине "Физика" раздел "Механика" / С.А. Богданов, С.В. Волков, М.И. Слестен, И.И. Красюк, Е.Е. Нестюрина. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2010. – 40 с.

Практикум содержит описания лабораторных работ по разделу "Механика". Представлены два цикла лабораторных работ: механика и теория относительности. Имеются краткие теоретические сведения, схемы установок, последовательность выполнения заданий и контрольные вопросы.

Табл. 13. Ил. 12. Библиогр.: 4 назв.

Рецензент Колпачев А.Б., канд. физ-мат. наук, профессор кафедры физики ТТИ ЮФУ.

КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

1. Основные положения кинематики поступательного и вращательного движения материальной точки и твердого тела

Кинематика – часть механики, изучающая движение тел без выяснения причин изменения этого движения.

При рассмотрении поступательного движения используется физическая абстракция (модель): реальное тело заменяется "материальной точкой", т.е. объектом, обладающим массой (равной массе тела), но не имеющим геометрических размеров. Эта модель справедлива в том случае, когда размерами тела можно пренебречь по сравнению с расстояниями, рассматриваемыми в данной конкретной задаче.

Абсолютно твердым телом называют тело, у которого расстояния между любыми точками остаются неизменными при его движении.

Для описания движения необходимо выбрать систему отсчета, т.е. координатную систему с часами для отсчета времени, связанную с каким-либо реальным телом. С точки зрения кинематики, все системы отсчета являются равноправными.

В качестве системы координат обычно используют правую прямоугольную (декартову) систему x, y, z .

Основными характеристиками движения [1-3] являются: перемещение, скорость и ускорение.

Вектором перемещения $\Delta \vec{r}$ называется вектор, проведенный из начальной в конечную точку траектории.

Скорость \vec{v} есть производная радиуса-вектора \vec{r} по времени

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

В каждый момент времени вектор скорости направлен по касательной к траектории движения.

Модуль вектора скорости определяется как производная пути $S(t)$ по времени:

$$|\vec{v}| = v = \frac{dS}{dt}.$$

Вектор, равный производной скорости по времени, называется ускорением

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

Ускорение при прямолинейном движении определяется выражением

$$\bar{a} = \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{d^2\bar{s}}{dt^2}.$$

При криволинейном движении вектор ускорения \bar{a} можно представить в виде суммы двух взаимно-перпендикулярных векторов: тангенциального \bar{a}_t и нормального \bar{a}_n :

$$\bar{a} = \bar{a}_t + \bar{a}_n.$$

Величина полного ускорения

$$a = \sqrt{a_t^2 + a_n^2},$$

где $a_t = dv/dt$ — характеризует изменение величины вектора скорости; $a_n = v^2/R$ — характеризует изменение направления вектора скорости (рис. 1).

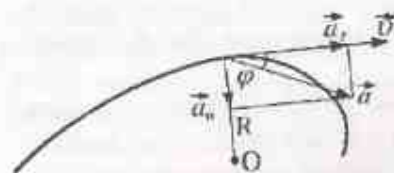


Рис. 1

Для описания движения твердого тела необходимо установить закон этого движения.

С этой целью используются кинематические уравнения, устанавливающие зависимость параметров

движения от времени. В каждой конкретной задаче необходимо знание начальных условий.

Для характеристики вращательного движения вводятся понятия угловой скорости $\bar{\omega}$ и углового ускорения $\bar{\varepsilon}$:

$$\bar{\omega} = \frac{d\bar{\varphi}}{dt}; \quad \bar{\varepsilon} = \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \frac{d^2\bar{\varphi}}{dt^2},$$

где $d\bar{\varphi}$ — вектор угла поворота.

В случае неподвижной оси вращения векторы $d\bar{\varphi}$ и $\bar{\omega}$ направлены по оси вращения в соответствии с правилом правого винта, а вектор углового ускорения $\bar{\varepsilon}$ сонаправлен с вектором угловой скорости $\bar{\omega}$ при ускоренном движении и противоположен ему при замедленном движении.

Связь между угловыми и линейными величинами выражается:

$$v = \omega R; \quad a_t = \varepsilon R; \quad a_n = \omega^2 R.$$

2. Динамика вращательного движения

Вращательным называется движение, при котором все точки тела движутся по окружностям, центры которых лежат на одной и той же прямой, называемой осью вращения. Основным закон динамики вращательного движения тела выражается следующей формулой:

$$\frac{d\bar{L}}{dt} = \bar{M}, \quad (1)$$

где \bar{L} — момент импульса вращающегося тела относительно некоторой точки; \bar{M} — результирующий момент внешних сил, действующих на это тело, относительно той же точки.

Рассмотрим \bar{L} и \bar{M} . Пусть в данный момент времени тело вращается так, как показано на рис. 2. Выберем материальную точку m_i тела и рассмотрим ее движение относительно точки O , лежащей на оси OZ , под действием силы \bar{F}_i ; \bar{p}_i — импульс материальной точки.

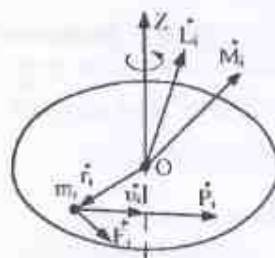


Рис. 2

Моментом импульса материальной точки m_i относительно точки O называется величина

$$\bar{L}_i = [\bar{r}_i, \bar{p}_i],$$

где \bar{r}_i — радиус-вектор, определяющий положение материальной точки.

Моментом силы, действующим на точку m_i относительно точки O , называется величина $\bar{M}_i = [\bar{r}_i, \bar{F}_i]$.

Из определения следует, что $\bar{L}_i \perp \bar{r}_i$;

$$\bar{L}_i \perp \bar{p}_i; \quad \bar{M}_i \perp \bar{r}_i; \quad \bar{M}_i \perp \bar{F}_i.$$

Направления векторов \bar{L}_i и \bar{M}_i относительно точки O определяются правилом правого винта.

Используя свойства аддитивности момента импульса \bar{L}_i и момента силы \bar{M}_i , получим момент импульса всего тела относительно точки O

$$\bar{L} = \sum_{i=1}^n \bar{L}_i.$$

Результирующий момент внешних сил, действующих на тело относительно точки O , равен

$$\vec{M} = \sum_{i=1}^n \vec{M}_i,$$

где n – число материальных точек, из которых состоит данное тело.

Если в процессе движения твердого тела его ось вращения OZ , проходящая через точку O , не изменяет своей ориентации в пространстве, то векторы \vec{L} и \vec{M} проектируются на эту ось: L_z, M_z . Уравнение динамики вращательного движения (1) тогда примет вид

$$\frac{dL_z}{dt} = M_z. \quad (2)$$

Таким образом, следует различать момент вектора относительно точки и относительно оси. Момент вектора относительно точки – вектор. Момент того же вектора относительно оси есть проекция на эту ось момента относительно точки, лежащей на той же оси.

Применим уравнение моментов относительно оси (2) к рассмотрению вращательного движения. За неподвижную ось удобно выбирать ось вращения.

Материальная точка твердого тела массой m , при его вращении опишет окружность (см. рис. 2). Момент импульса этой точки относительно оси вращения OZ равен $m_i r_i^2 \omega$. Так как вокруг оси вращается система, состоящая из n материальных точек, то

$$L_z = \sum_{i=1}^n m_i v_i r_i = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \omega = I\omega,$$

где

$$I = \sum_{i=1}^n m_i r_i^2. \quad (3)$$

Величина I , равная сумме произведений масс материальных точек на квадраты расстояний, на которые отстоят эти точки от оси вращения, называется моментом инерции системы относительно оси. В этом случае уравнение (2) примет вид

$$d(I\omega)/dt = M_z = M \quad (4)$$

(в дальнейшем для простоты записи индексы будем опускать).

При вращении твердого тела вокруг неподвижной оси его момент инерции не меняется, поэтому основной закон динамики вращательного движения (1) запишется в виде

$$I d\omega/dt = \vec{M}.$$

101. ИЗМЕРЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ

101.1. Цель работы

Изучение кинематики и динамики материальной точки; измерение ускорения свободного падения; изучение методов оценки погрешностей.

[1. С. 17-48, 74-98, 168-174; 2. С. 5-26, 31-33, 42-46; 4. С. 3-32]

101.2. Теоретический материал

Кинематика поступательного и вращательного движений, закон всемирного тяготения, закон сохранения механической энергии.

101.3. Приборы и принадлежности

Экспериментальная установка, грузы, нити, секундомер, линейка.

101.4. Описание установки и вывод расчетной формулы

Для измерения ускорения свободного падения используется экспериментальная установка*, изображенная на рис. 101.1.

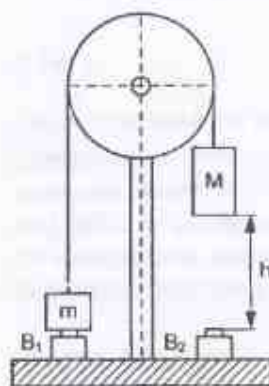


Рис. 101.1

На верхнем конце металлической стойки закреплен блок, через который перекинута нить с двумя грузами разных масс m и M , причем $m < M$. Так как $m \neq M$, то система грузов будет двигаться. Если расстояние, пройденное грузом M , равно h , то изменение потенциальной энергии системы грузов равно $(M - m)gh$. Эта энергия переходит в кинетическую энергию поступательного движения системы грузов $(m + M)v^2/2$ и вращательного движения блока $I\omega^2/2$. Пренебрегая работой, совершаемой силой трения, на основании закона сохранения механической энергии получим:

* Установка разработана В.Ю. Волощенко

$$(M - m)gh = \frac{(m + M)v^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}, \quad (101.1)$$

где v — скорость поступательного движения грузов; ω — угловая скорость вращательного движения блока; I — момент инерции блока.

Учитывая, что $\omega = v/R$ (нить в блоке не проскальзывает), где R — радиус блока, соотношение (101.1) запишем в виде

$$(M - m)gh = \left(m + M + \frac{I}{R^2}\right) \cdot \frac{v^2}{2}. \quad (101.2)$$

Скорость v в (101.2) заменим ее значением, выраженным через перемещение h груза M и время движения t , которые необходимо измерить экспериментально. Для этого используем известные соотношения

$$h = \frac{at^2}{2} \quad (101.3)$$

и

$$v = at, \quad (101.4)$$

где a — ускорение поступательного движения грузов.

Выражая ускорение a из (101.3) и подставляя его в (101.4), получим

$$v = \frac{2h}{t}. \quad (101.5)$$

Подставляя в соотношение (101.2) скорость v из (101.5) и решая его относительно g , получим

$$g = \left(m + M + \frac{I}{R^2}\right) \cdot \frac{2h}{(M - m)t^2}. \quad (101.6)$$

Значения m , M , I и R являются техническими параметрами лабораторной установки. Время движения системы грузов t измеряется электронным секундомером. Для включения и выключения секундомера на основании установки имеются два выключателя B_1 и B_2 . Выключатель B_1 с разомкнутыми в исходном состоянии контактами установлен под грузом m , а B_2 с замкнутыми в исходном состоянии контактами расположен под грузом M (рис. 101.1).

Расстояние h , пройденное системой грузов, измеряется с помощью линейки от нижнего основания груза M до его положения в момент размыкания контактов выключателя B_2 .

101.5. Оценка погрешности косвенного измерения

Оценим погрешность косвенного измерения ускорения свободного падения g (101.6) в соответствии с методикой, изложенной в [4].

Будем считать, что известны величины

$$m = \langle m \rangle \pm \Delta m; \quad M = \langle M \rangle \pm \Delta M; \quad I = \langle I \rangle \pm \Delta I;$$

$$R = \langle R \rangle \pm \Delta R; \quad h = \langle h \rangle \pm \Delta h; \quad t = \langle t \rangle \pm \Delta t,$$

где $\langle m \rangle$, $\langle M \rangle$, $\langle I \rangle$, $\langle R \rangle$, $\langle h \rangle$ и $\langle t \rangle$ — средние значения; Δm , ΔM , ΔI , ΔR , Δh и Δt — абсолютные погрешности.

Среднее значение $\langle g \rangle$ определим по формуле

$$\langle g \rangle = \left(\langle m \rangle + \langle M \rangle + \frac{\langle I \rangle}{\langle R \rangle^2} \right) \cdot \frac{2 \langle h \rangle}{(\langle M \rangle - \langle m \rangle) \langle t \rangle^2}. \quad (101.7)$$

Получим формулу для погрешности ускорения свободного падения Δg . Соответствующую исходную формулу для нашего случая запишем следующим образом:

$$\Delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial m} \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial M} \Delta M\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial I} \Delta I\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial R} \Delta R\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial h} \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial t} \Delta t\right)^2}, \quad (101.8)$$

где

$$\frac{\partial g}{\partial m} = \frac{2h \left(2M + \frac{I}{R^2}\right)}{t^2 (M - m)^2}; \quad (101.9)$$

$$\frac{\partial g}{\partial M} = \frac{-2h \left(2m + \frac{I}{R^2}\right)}{t^2 (M - m)^2}; \quad (101.10)$$

$$\frac{\partial g}{\partial I} = \frac{2h}{t^2 R^2 (M - m)};$$

$$\frac{\partial g}{\partial R} = \frac{-4hl}{t^2 R^3 (M - m)};$$

$$\frac{\partial g}{\partial h} = \frac{2 \left(m + M + \frac{I}{R^2}\right)}{t^2 (M - m)};$$

$$\frac{\partial g}{\partial t} = \frac{-4h \left(m + M + \frac{I}{R^2}\right)}{t^3 (M - m)}. \quad (101.11)$$

— частные производные функции (101.6).

Разделим левую и правую части выражения (101.8) на g . Учитывая, что

$$\delta g = \frac{\Delta g}{g},$$

где δg – относительная погрешность ускорения силы тяжести, получим

$$\delta g = \sqrt{\left(\frac{\partial g}{\partial m} \frac{\Delta m}{g}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial M} \frac{\Delta M}{g}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial l} \frac{\Delta l}{g}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial R} \frac{\Delta R}{g}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial h} \frac{\Delta h}{g}\right)^2 + \left(\frac{\partial g}{\partial \alpha} \frac{\Delta \alpha}{g}\right)^2}.$$

В этой формуле опустим слагаемые $\left(\frac{\partial g}{\partial l} \frac{\Delta l}{g}\right)^2$, $\left(\frac{\partial g}{\partial R} \frac{\Delta R}{g}\right)^2$ и $\left(\frac{\partial g}{\partial h} \frac{\Delta h}{g}\right)^2$,

величины которых для данной экспериментальной установки пренебрежимо малы. Подставляя в выражение для δg вместо частных производных их значения из (101.9), (101.10) и (101.11), а также вместо g его значение из (101.6) и полагая, что в данной экспериментальной установке $2M + l/R^2$ и $2m + l/R^2$ приблизительно равны $m + M + l/R^2$, после несложных преобразований получим

$$\delta g = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{M-m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta M}{M-m}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta l}{l}\right)^2}.$$

Учитывая, что в данной экспериментальной установке $\Delta m = \Delta M$ и подставляя вместо m , M и l значения $\langle m \rangle$, $\langle M \rangle$ и $\langle l \rangle$, запишем последнее выражение в виде

$$\delta g = \sqrt{2 \left(\frac{\Delta m}{\langle M \rangle - \langle m \rangle}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta l}{\langle l \rangle}\right)^2}. \quad (101.12)$$

Погрешность измерения ускорения свободного падения Δg определим по формуле

$$\Delta g = \langle g \rangle \cdot \delta g. \quad (101.13)$$

101.6. Порядок выполнения работы

В лабораторной работе необходимо выполнить две серии измерений времени движения системы грузов с разными массами m_1 , M_1 и m_2 , M_2 . В первой серии измерений используются грузы с массами m_1 и M_1 , во второй серии – грузы с массами m_2 и M_2 . Перемещения грузов M_1 и M_2 зависят от длины нити.

1. Ознакомиться с экспериментальной установкой, записать значения m_1 , Δm_1 , m_2 , Δm_2 , M_1 , ΔM_1 , M_2 , ΔM_2 , l , Δl , R и ΔR в табл. 101.1.

Таблица 101.1

m_1 , кг	Δm_1 , кг	m_2 , кг	Δm_2 , кг	M_1 , кг	ΔM_1 , кг	M_2 , кг	ΔM_2 , кг	l , кг·м ²	Δl , кг·м ²	R , м	ΔR , м

2. Прикрепить к концам нити грузы m_1 и M_1 и перекинуть нить через блок экспериментальной установки.

3. Опустить груз m_1 в нижнее положение, нажав им выключатель B_1 . Установить на цифровом табло секундомера нули.

4. Измерить расстояние h от основания груза M_1 до клавиши выключателя B_2 и занести в табл. 101.2.

Таблица 101.2

№ п/п	m , кг	M , кг	h , м	l , с	$\langle l \rangle$, с	ϵ	ϵ^2	S_n	t_α , $\alpha = 0,95$	Δt , с	$t = (\langle t \rangle \pm \Delta t)$, с
1											
2											

5. Отпустить груз m_1 . Секундомер начнет отчет времени равноускоренного движения системы грузов. При ударе груза M_1 о клавишу выключателя B_2 отчет времени секундомером прекращается. Измеренное значение времени t записать в табл. 101.2. Повторить измерение времени равноускоренного движения t по пп. 3 и 5 еще четыре раза. Результаты измерений занести в табл. 101.2 (первая серия измерений).

6. Прикрепить к концам нити грузы m_2 и M_2 и перекинуть нить через блок экспериментальной установки.

7. Выполнить пп. 3 и 5 с грузами m_2 и M_2 . Результаты измерений записать в табл. 101.2 (вторая серия измерений).

101.7. Обработка результатов измерений

1. Оценить по методу Стьюдента абсолютную погрешность многократных измерений времени равноускоренного движения системы грузов t для обеих серий измерений. Результаты измерений записать в табл. 101.2.

2. Округлить полученные результаты $\langle t \rangle$ и Δt в соответствии с правилами, изложенными в [4], и записать в табл. 101.3.

3. Рассчитать среднее значение ускорения свободного падения $\langle g \rangle$ по формуле (101.7).

4. Рассчитать относительную погрешность ускорения свободного падения δg по формуле (101.12) и записать в табл. 101.3.

Таблица 101.3

m , кг	M , кг	h , м	$\langle t \rangle$, с	Δt , с	$\langle g \rangle$, м/с ²	Δg , м/с ²	δg , %

5. Рассчитать абсолютную погрешность ускорения свободного падения Δg по формуле (101.13).

6. Округлить полученные результаты $\langle g \rangle$ и Δg в соответствии с правилами, изложенными в [4], и записать в табл. 101.3.

7. Округленные результаты измерений и расчетов представить в виде $(g \pm \Delta g)$, м/с².

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте закон всемирного тяготения.
2. Объясните физический смысл ускорения свободного падения.
3. Как влияет суточное вращение Земли на величину и направление ускорения свободного падения?
4. Как влияет сплюснутость Земли у полюсов на величину ускорения свободного падения?
5. Как определить угловую скорость блока в момент окончания движения? Что для этого нужно знать?
6. Как связано ускорение точки обода блока с ускорением грузов в экспериментальной установке?
7. Как определить нормальное ускорение точек обода блока?
8. Сформулируйте закон сохранения механической энергии.

9. Выведите формулу для определения ускорения свободного падения с помощью используемой в лабораторной работе установки.

10. Какие погрешности называются случайными погрешностями?

11. Какие погрешности называются систематическими погрешностями?

12. Какие измерения физических величин называются прямыми?

13. Какие измерения физических величин называются косвенными?

14. Как обрабатывать результаты прямых многократных измерений, в которых проявляется случайная погрешность?

15. Как вычислить средние значения физической величины при прямых и косвенных измерениях?

16. Как получить формулу для расчета погрешности косвенных измерений?

17. Что такое доверительный интервал? От чего зависит его величина?

18. Всегда ли увеличение числа измерений приводит к уменьшению погрешности?

102. ИЗМЕРЕНИЕ МОМЕНТА ИНЕРЦИИ

102.1. Цель работы

Изучение основного закона динамики вращательного движения твердого тела, его применение для определения моментов инерции маховика и проверки теоремы Штейнера.

[1. С. 105-111, 131-144; 2. С. 8-12, 14-18, 31-36]

102.2. Теоретический материал

Динамика вращательного движения твердого тела, момент силы, момент инерции, теорема Штейнера, основной закон динамики вращательного движения твердого тела.

102.3. Приборы и принадлежности

Экспериментальная установка, набор вкладышей, груз и секундомер.

102.4. Описание установки и вывод рабочих формул

Для измерения момента инерции и проверки теоремы Штейнера используется экспериментальная установка, изображенная на рис. 102.1. Рис. 102.1,а иллюстрирует процесс измерения времени ускоренного вращения маховика, а рис. 102.1,б – процесс измерения времени замедленного вращения маховика.

Экспериментальная установка состоит из массивного маховика 1 с восемью цилиндрическими отверстиями для вкладышей 2, расположенными симметрично относительно оси маховика. Маховик насажен на вал 3, закрепленный горизонтально в подшипниках качения 4. В вале 3 маховика имеется отверстие, в которое вставляется штырь, прикрепленный к одному из концов нити 5. К другому концу нити 5 прикреплен крючок, на который подвешивается груз 6. Нить наматывается на вал 3 маховика и перебрасывается через легкий блок 7, который установлен на верхнем конце вертикальной стойки 8. Блок 7 можно поворачивать вокруг оси стойки с помощью поворотного устройства 9. В необходимое положение блок устанавливается рукоятками 10 и фиксируется прижимным винтом 11. На вертикальной стойке также закреплена линейка 12 для измерения перемещения груза при его движении. Величина перемещения груза равна высоте, на которой находится нижнее основание груза относительно верхней точки клавиши выключателя B_1 или B_2 . Время движения груза измеряется электронным секундомером. Включение и выключение секундомера осуществляется выключателями B_1 и B_2 соответственно. В исходном состоянии должны быть нажаты левая сторона клавиши выключателя B_1 (контакты B_1 разомкнуты) и правая сторона клавиши выключателя B_2 (контакты B_2 замкнуты).

В исходном состоянии груз 6 поднят на заданную высоту H и удерживается в этом положении посредством внешнего воздействия на маховик. Если освободить маховик от внешнего воздействия, то система под действием сил, указанных на рис. 102.1, придет в движение.

Запишем второй закон Ньютона для опускающегося груза

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}_1,$$

где m – масса груза; \vec{a} – ускорение груза; \vec{T}_1 – сила натяжения нити, действующая на груз.

В проекции на ось OZ (рис. 102.1) это уравнение имеет вид

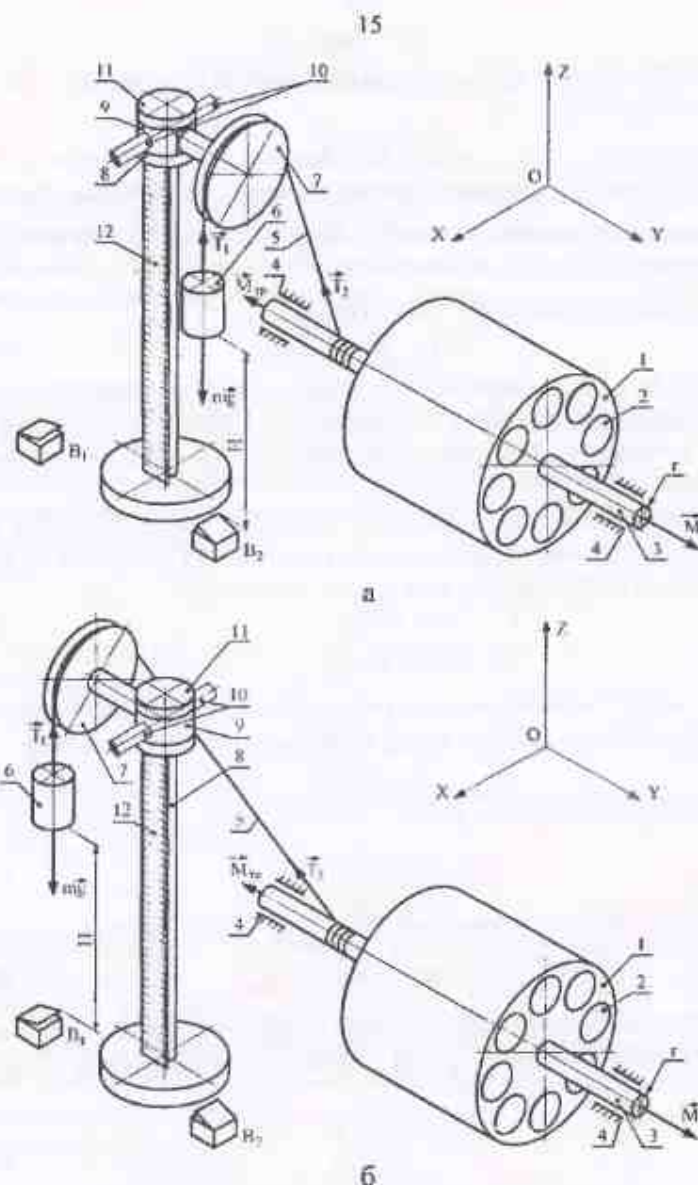


Рис. 102.1. Экспериментальная установка:
а – при измерении времени ускоренного вращения маховика;
б – при измерении времени замедленного вращения маховика

$$-ma = -mg + T_1 \quad (102.1)$$

Основной закон динамики вращательного движения для маховика запишется так

$$I\bar{\epsilon}_1 = \bar{M} + \bar{M}_{\text{тр}},$$

где $\bar{\epsilon}_1$ – угловое ускорение маховика при ускоренном движении; \bar{M} – вращающий момент силы T_2 ; $\bar{M}_{\text{тр}}$ – момент сил трения в подшипниках 4.

В проекциях на ось OY (рис. 102.1)

$$I\epsilon_1 = M - M_{\text{тр}} \quad (102.2)$$

Здесь M и $M_{\text{тр}}$ – моменты относительно оси маховика; направление вращающего момента M определяется правилом правого винта ($M = T_2 r$, r – радиус вала маховика); момент сил трения $M_{\text{тр}}$ направлен в обратную сторону.

Пренебрегая массами блока 7, нити 5, а также трением в подшипниках оси блока, можно записать, что $T_1 = T_2 = T$. Тогда уравнения (102.1) и (102.2) примут вид

$$ma = mg - T \quad (102.3)$$

$$I\epsilon = Tr - M_{\text{тр}} \quad (102.4)$$

Для нерастяжимой нити величина ускорения \bar{a} груза будет равна касательному ускорению точек поверхности вала маховика, т.е.

$$\bar{a}_\tau = [\bar{\epsilon}, \bar{r}]$$

Учитывая, что $\bar{\epsilon} \perp \bar{a}_\tau$ и $|\bar{a}_\tau| = \epsilon r$, получим

$$|\bar{\epsilon}| = \frac{a}{r} \quad (102.5)$$

Решая совместно уравнения (102.3)–(102.5), получим

$$I \frac{a}{r} = m(g - a)r - M_{\text{тр}} \quad (102.6)$$

Ускорение опускающегося груза можно определить, зная высоту H (величину перемещения груза) и время опускания груза t_1 , по соотношению

$$a = \frac{2H}{t_1^2} \quad (102.7)$$

Соотношение, связывающее искомую величину I с экспериментально определяемыми m , r , H и t_1 , получим из (102.6) с учетом (102.7)

$$\frac{2Hl}{rt_1^2} = nr \left(g - \frac{2H}{t_1^2} \right) - M_{\text{тр}} \quad (102.8)$$

В экспериментальной установке длина нити подобрана так, что в момент касания грузом выключателя нить отделяется от вала маховика. С этого момента на маховик действует только момент сил трения в подшипниках вала. Поэтому уравнение движения маховика на основании основного закона динамики вращательного движения примет вид

$$I\epsilon_2 = M_{\text{тр}} \quad (102.9)$$

где ϵ_2 – угловое ускорение равнозамедленного движения маховика.

Поскольку конечная угловая скорость равноускоренного вращения маховика ω_1 равна начальной угловой скорости его равнозамедленного вращения ω_2 ($\omega_1 = \omega_2$), то, зная время равнозамедленного вращения t_2 , можно записать

$$\epsilon_2 t_2 = \epsilon_1 t_1, \quad \text{откуда} \quad \epsilon_2 = \frac{\epsilon_1 t_1}{t_2} \quad (102.10)$$

Подставляя (102.10) в (102.9) с учетом (102.5) и (102.7), получим соотношение для $M_{\text{тр}}$

$$\frac{2Hl}{rt_1 t_2} = M_{\text{тр}} \quad (102.11)$$

Из (102.8) и (102.11) получим расчетное соотношение для момента инерции маховика

$$I = \frac{nr^2 t_2 (gt_1^2 - 2H)}{2H(t_1 + t_2)} \quad (102.12)$$

Величины m , r и H , входящие в расчетную формулу (102.12), являются параметрами экспериментальной установки и заданы в табл. 102.1, а t_1 и t_2 необходимо измерить опытным путем.

Поскольку момент инерции – величина аддитивная (момент инерции целого равен сумме моментов инерции отдельных частей), то момент инерции маховика с вкладышами относительно оси вращения маховика равен

$$I_n = I_0 + nI_a \quad (102.13)$$

где I_n – момент инерции маховика с n вкладышами относительно оси вращения маховика; I_0 – момент инерции маховика без вкладышей относительно оси вращения маховика; I_a – момент инерции одного вкладыша относительно оси вращения маховика; n – число вкладышей ($n \leq 8$).

Таким образом, экспериментальное значение момента инерции одного вкладыша I_n относительно оси вращения маховика можно определить по результатам измерений I_n и I_0 по формуле

$$I_n = \frac{I_n - I_0}{n} \quad (102.14)$$

Вкладыш маховика является прямым круговым цилиндром. Это позволяет непосредственно по радиусу вкладыша r_n , массе вкладыша m_n , а также расстоянию между осью вращения маховика и осью симметрии вкладыша d (рис. 102.2) рассчитать теоретическое значение момента инерции одного вкладыша относительно оси вращения маховика I_{nT} по теореме Штейнера. Согласно теореме Штейнера, момент инерции тела относительно любой оси равен сумме момента инерции этого тела относительно оси, параллельной данной, но проходящей через центр масс, и произведения массы тела на квадрат расстояния между осями

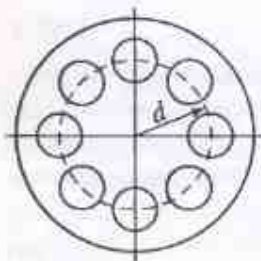


Рис. 102.2

$$I_{nT} = I_{n0} + m_n d^2, \quad (102.15)$$

где I_{n0} — момент инерции вкладыша маховика относительно оси симметрии вкладыша, который равен

$$I_{n0} = \frac{m_n r_n^2}{2}.$$

С учетом последнего соотношения получим окончательную формулу для расчета теоретического значения момента инерции одного вкладыша относительно оси вращения маховика

$$I_{nT} = \frac{m_n r_n^2}{2} + m_n d^2 = m_n \left(\frac{r_n^2}{2} + d^2 \right). \quad (102.16)$$

Для проверки справедливости теоремы Штейнера необходимо:

1) по экспериментально измеренному моменту инерции маховика без вкладышей I_0 и моменту инерции маховика с вкладышами I_n вычислить экспериментальное значение момента инерции одного вкладыша относительно оси вращения маховика I_n по формуле (102.14);

2) вычислить теоретическое значение момента инерции одного вкладыша относительно оси маховика I_{nT} по формуле (102.16);

3) сравнить полученные экспериментальное и теоретическое значения моментов инерции вкладыша маховика между собой.

102.5. Оценка погрешностей косвенных измерений

Оценим погрешность косвенного измерения момента инерции маховика I (102.12). Будем считать, что используемые при вычислении момента инерции значения следующих величин заданы в виде $m = \langle m \rangle \pm \Delta m$; $r = \langle r \rangle \pm \Delta r$; $H = \langle H \rangle \pm \Delta H$ и $g = \langle g \rangle \pm \Delta g$; а значения $t_1 = \langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1$ и $t_2 = \langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2$ в данном виде были получены в результате измерений. Здесь $\langle m \rangle$, $\langle r \rangle$, $\langle H \rangle$, $\langle g \rangle$, $\langle t_1 \rangle$ и $\langle t_2 \rangle$ — средние значения; Δm , Δr , ΔH , Δg , Δt_1 и Δt_2 — абсолютные погрешности.

Среднее значение $\langle I \rangle$ можно определить, подставляя в (102.12) вместо m , r , t_2 , g , t_1 и H их средние значения $\langle m \rangle$, $\langle r \rangle$, $\langle t_2 \rangle$, $\langle g \rangle$, $\langle t_1 \rangle$ и $\langle H \rangle$

$$\langle I \rangle = \frac{\langle m \rangle \langle r \rangle^2 \langle t_2 \rangle (\langle g \rangle \langle t_1 \rangle^2 - 2 \langle H \rangle)}{2 \langle H \rangle (\langle t_1 \rangle + \langle t_2 \rangle)}. \quad (102.17)$$

Погрешность измерения момента инерции маховика ΔI определим по формуле

$$\Delta I = \left[\left(\frac{\partial I}{\partial m} \Delta m \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial r} \Delta r \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial t_2} \Delta t_2 \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial g} \Delta g \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial t_1} \Delta t_1 \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial H} \Delta H \right)^2 \right]^{1/2}. \quad (102.18)$$

где

$$\frac{\partial I}{\partial m} = \frac{r^2 t_2 (g t_1^2 - 2H)}{2H(t_1 + t_2)}; \quad (102.19)$$

$$\frac{\partial I}{\partial r} = \frac{m r t_2 (g t_1^2 - 2H)}{H(t_1 + t_2)}; \quad (102.20)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t_2} = \frac{m r^2 t_1 (g t_1^2 - 2H)}{2H(t_1 + t_2)^2}; \quad (102.21)$$

$$\frac{\partial I}{\partial g} = \frac{m r^2 t_2 t_1^2}{2H(t_1 + t_2)}; \quad (102.22)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t_1} = \frac{m r^2 t_2 [g t_1 (t_1 + 2t_2) + 2H]}{2H(t_1 + t_2)^2}; \quad (102.23)$$

$$\frac{\partial I}{\partial H} = \frac{mr^2 t_2 (4H - gt_1^2)}{2H^2 (t_1 + t_2)} \quad (102.24)$$

Разделив левую и правую части выражения (102.18) на $\langle I \rangle$, получим

$$\frac{\Delta I}{\langle I \rangle} = \left[\left(\frac{\partial I}{\partial m} \cdot \frac{\Delta m}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial r} \cdot \frac{\Delta r}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial t_2} \cdot \frac{\Delta t_2}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial g} \cdot \frac{\Delta g}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial t_1} \cdot \frac{\Delta t_1}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial H} \cdot \frac{\Delta H}{\langle I \rangle} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Подставляя в правую часть этой формулы выражения (102.19)–(102.24), в каждом из которых величины m , r , t_2 , g , t_1 и H заменим на средние значения этих величин $\langle m \rangle$, $\langle r \rangle$, $\langle t_2 \rangle$, $\langle g \rangle$, $\langle t_1 \rangle$ и $\langle H \rangle$, а также выражение (102.17), после несложных преобразований получим

$$\frac{\Delta I}{\langle I \rangle} = \left[\left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle} \right)^2 + \left(\frac{2\Delta r}{\langle r \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\langle t_1 \rangle \Delta t_2}{(\langle t_1 \rangle + \langle t_2 \rangle) \langle t_2 \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\langle t_1 \rangle^2 \Delta g}{\langle g \rangle \langle t_1 \rangle^2 - 2\langle H \rangle} \right)^2 + \left(\frac{[\langle g \rangle \langle t_1 \rangle (\langle t_1 \rangle + 2\langle t_2 \rangle) + 2\langle H \rangle] \Delta t_1}{(\langle g \rangle \langle t_1 \rangle^2 - 2\langle H \rangle) (\langle t_1 \rangle + \langle t_2 \rangle)} \right)^2 + \left(\frac{(4\langle H \rangle - \langle g \rangle \langle t_1 \rangle^2) \Delta H}{(\langle g \rangle \langle t_1 \rangle^2 - 2\langle H \rangle) \langle H \rangle} \right)^2 \right]^{1/2}$$

Учитывая, что по условиям эксперимента $gt_1^2 \gg 4H$, а также то, что относительные погрешности величин m , r , g , и H малы, относительную погрешность момента инерции маховика δI запишем в виде

$$\delta I = \frac{\Delta I}{\langle I \rangle} = \sqrt{\left(\frac{(\langle t_1 \rangle + 2\langle t_2 \rangle) \Delta t_1}{(\langle t_1 \rangle + \langle t_2 \rangle) \langle t_1 \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\langle t_1 \rangle \Delta t_2}{(\langle t_1 \rangle + \langle t_2 \rangle) \langle t_2 \rangle} \right)^2} \quad (102.25)$$

Погрешность измерения момента инерции маховика ΔI определим по формуле

$$\Delta I = \delta I \langle I \rangle \quad (102.26)$$

Оценим погрешность косвенного измерения момента инерции вкладыша маховика относительно оси маховика I_n (102.14). Для этого используя полученные по результатам эксперимента значения I_n и I_0 , запишем в виде $I_n = \langle I_n \rangle \pm \Delta I_n$ и $I_0 = \langle I_0 \rangle \pm \Delta I_0$, где $\langle I_n \rangle$ и $\langle I_0 \rangle$ — средние значения моментов инерции маховика с n вкладышами и без

вкладышей соответственно; ΔI_n и ΔI_0 — погрешности моментов инерции маховика с n вкладышами и без вкладышей соответственно.

Среднее значение момента инерции вкладыша относительно оси маховика $\langle I_n \rangle$ определим, подставляя в (102.14) вместо момента инерции маховика с n вкладышами I_n и момента инерции маховика без вкладышей I_0 их средние значения $\langle I_n \rangle$ и $\langle I_0 \rangle$

$$\langle I_n \rangle = \frac{\langle I_n \rangle - \langle I_0 \rangle}{n} \quad (102.27)$$

Погрешность измерения момента инерции вкладыша относительно оси маховика ΔI_n определим по формуле

$$\Delta I_n = \sqrt{\left(\frac{\partial I_n}{\partial I_n} \Delta I_n \right)^2 + \left(\frac{\partial I_n}{\partial I_0} \Delta I_0 \right)^2} = \frac{\sqrt{\Delta I_n^2 + \Delta I_0^2}}{n} \quad (102.28)$$

Относительную погрешность измерения момента инерции вкладыша относительно оси маховика δI_n определим по формуле

$$\delta I_n = \frac{\Delta I_n}{\langle I_n \rangle} \quad (102.29)$$

102.6. Порядок выполнения работы

Ознакомиться с экспериментальной установкой при измерении времени ускоренного вращения маховика (рис. 102.1,а) и при измерении времени замедленного вращения маховика (рис. 102.1,б).

В лабораторной работе необходимо выполнить четыре серии измерений времени вращательного движения маховика: в первой и второй сериях необходимо измерить время ускоренного вращательного движения маховика t_1 без вкладышей и с n вкладышами соответственно; в третьей и четвертой сериях необходимо измерить время замедленного вращательного движения маховика t_2 без вкладышей и с n вкладышами соответственно.

Исходные данные к лабораторной работе приведены в таблицах 102.1. и 102.2.

1. Для измерения времени ускоренного вращения t_1 маховика в первой и второй сериях (без вкладышей и с вкладышами) необходимо привести экспериментальную установку к виду, изображенному на рис. 102.1,а. Для этого прижимной винт 11 открутить на два оборота и развернуть с помощью рукояток 10 блок 7 таким образом, чтобы опускающийся груз 6 попал из левую сторону клавиши выключателя В₂, после чего прижимной винт 11 закрутить на два оборота.

Таблица 102.1

Параметры экспериментальной установки

Масса груза		Высота		Радиус вала маховика		Радиус вкладыша	
$\langle m \rangle$, кг	Δm , кг	$\langle H \rangle$, м	ΔH , м	$\langle r \rangle$, м	Δr , м	$\langle r_0 \rangle$, м	Δr_0 , м
	$2 \cdot 10^{-3}$	$750 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$	$7,5 \cdot 10^{-3}$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	$15 \cdot 10^{-3}$	$0,1 \cdot 10^{-3}$

Таблица 102.2

Параметры экспериментальной установки

Расстояние между осями маховика и вкладыша		Число вкладышей	Масса вкладыша	
$\langle d \rangle$, м	Δd , м		$\langle m_0 \rangle$, кг	Δm_0 , кг
$55 \cdot 10^{-3}$	$0,1 \cdot 10^{-3}$	8	$116 \cdot 10^{-3}$	$2 \cdot 10^{-3}$

2. Вставить в отверстие вала 3 маховика 1 штырь, привязанный к концу нити 5. К крючку на другом конце нити прикрепить груз 6. Нить 5 перекинуть через блок 7 экспериментальной установки. Наматывать нить на вал маховика в один слой виток к витку в правую сторону от штыря до тех пор, пока груз не поднимется на заданную высоту H .

Высота H отсчитывается от нижнего основания груза 6 в момент размыкания контактов выключателя B_2 (от верхней точки клавиши выключателя B_2). Удерживая маховик так, чтобы груз 6 находился на заданной высоте, установить в исходное положение клавиши выключателей B_1 и B_2 (нажаты левая сторона клавиши выключателя B_1 и правая сторона клавиши выключателя B_2). Установить на цифровом табло секундомера нули, нажав кнопку на электронном секундомере.

Измерить время ускоренного вращения маховика t_1 , отпустив маховик и одновременно включив секундомер выключателем B_1 (нажать правую сторону клавиши); секундомер выключится в момент удара основания груза по левой стороне клавиши выключателя B_2 .

Измерить время ускоренного вращения t_1 маховика три раза. Результаты записать в табл. 102.3 (первая серия измерений).

3. Выполнить серию измерений времени ускоренного вращения t_1 маховика с n вкладышами.

Вставить в маховик n вкладышей.

Выполнить измерения по п. 2. Результаты записать в табл. 102.3 (вторая серия измерений).

4. Для измерения времени замедленного вращения маховика t_2 в третьей и четвертой сериях (без вкладышей, а затем с вкладышами) необходимо привести экспериментальную установку к виду, изображенному на рис. 102.1,б. Для этого прижимной винт 11 открутить на

два оборота и развернуть с помощью рукояток 10 блок 7 таким образом, чтобы опускающийся груз 6 попал на правую сторону клавиши выключателя B_1 , после чего прижимной винт 11 закрутить на два оборота.

Таблица 102.3

Оценка погрешности измерения времени ускоренного

вращения маховика t_1

№ серии	t_1 , с	$\langle t_1 \rangle$, с	ϵ_1 , с	ϵ_1^2 , с ²	S_{t_1} , с	$t_{0.95}$, с	Δt_1 , с	$t_1 = \langle t_1 \rangle \pm \Delta t_1$, с
1								
2								

Таблица 102.4

Оценка погрешности измерения времени замедленного

вращения маховика t_2

№ серии	t_2 , с	$\langle t_2 \rangle$, с	ϵ_2 , с	ϵ_2^2 , с ²	S_{t_2} , с	$t_{0.95}$, с	Δt_2 , с	$t_2 = \langle t_2 \rangle \pm \Delta t_2$, с
3								
4								

5. Вставить в отверстие вала 3 маховика 1 штырь, привязанный к концу нити 5. К крючку на другом конце нити прикрепить груз 6. Нить 5 перекинуть через блок 7 экспериментальной установки. Наматывать нить на вал маховика в один слой виток к витку в левую сторону от штыря до тех пор, пока груз не поднимется на заданную высоту H . Высота H отсчитывается от нижнего основания груза 6 в момент размыкания контактов выключателя B_1 (от верхней точки клавиши выключателя B_1).

Удерживая маховик так, чтобы груз 6 находился на заданной высоте, установить в исходное положение клавиши выключателей B_1 и B_2 (нажаты левая сторона клавиши выключателя B_1 и правая сторона клавиши выключателя B_2). Установить на цифровом табло секундомера нули, нажав кнопку на электронном секундомере. Измерить время замедленного вращения маховика t_2 ; для этого отпустить махо-

вик, секундомер включится в момент удара основания груза по правой стороне клавиши выключателя В₁. Выключить секундомер выключателем В₂ (нажать левую сторону клавиши) в момент остановки маховика.

Измерить время замедленного вращения t_2 маховика три раза. Результаты записать в табл. 102.4 (третья серия измерений).

6. Выполнить серию измерений времени замедленного вращения t_2 маховика с n вкладышами.

Вставить в маховик n вкладышей.

Выполнить измерения по п. 5. Результаты записать в табл. 102.4 (четвертая серия измерений).

102.7. Обработка результатов измерений

1. Оценить по методу Стьюдента абсолютные погрешности времени ускоренного вращения маховика Δt_1 и времени замедленного вращения маховика Δt_2 для каждой серии измерений и занести в табл. 102.3 и табл. 102.4.

2. Округлить полученные результаты $\langle t_1 \rangle$, Δt_1 , $\langle t_2 \rangle$ и Δt_2 в соответствии с правилами, изложенными в [4], для каждой серии измерений и записать в табл. 102.3 и табл. 102.4.

3. Вычислить по формуле (102.17) средние значения моментов инерции маховика: а) без вкладышей $\langle I_0 \rangle$; б) с n вкладышами $\langle I_n \rangle$ и занести их в табл. 102.5.

Таблица 102.5

Средние значения и погрешности моментов инерции

$\langle I_0 \rangle$, кг·м ²		ΔI_n , кг·м ²	
δI_n , %		$\langle I_n \rangle$, кг·м ²	
ΔI_0 , кг·м ²		ΔI_n , кг·м ²	
$\langle I_n \rangle$, кг·м ²		δI_n , %	
δI_n , %		$I_{\text{теор}}$, кг·м ²	

4. Вычислить по формуле (102.25) относительные погрешности моментов инерции маховика: а) без вкладышей δI_0 ; б) с n вкладышами δI_n и занести их в табл. 102.5.

5. Вычислить по формуле (102.26) абсолютные погрешности моментов инерции маховика: а) без вкладышей ΔI_0 ; б) с n вкладышами ΔI_n и занести их в табл. 102.5.

6. Округлить полученные результаты $\langle I_0 \rangle$, ΔI_0 , $\langle I_n \rangle$ и ΔI_n в соответствии с правилами, изложенными в [4], для каждой серии измерений и записать в табл. 102.5.

7. Вычислить по формуле (102.27) среднее значение момента инерции вкладыша $\langle I_n \rangle$ и занести в табл. 102.5.

8. Вычислить по формуле (102.28) абсолютную погрешность момента инерции вкладыша ΔI_n и занести в табл. 102.5.

9. Округлить полученные результаты $\langle I_n \rangle$ и ΔI_n в соответствии с правилами, изложенными в [4], для каждой серии измерений и записать в табл. 102.5.

10. Вычислить по формуле (102.29) относительную погрешность момента инерции вкладыша δI_n и занести в табл. 102.5.

11. Вычислить по формуле (102.16) теоретическое значение момента инерции вкладыша $I_{\text{теор}}$ относительно оси маховика, зная массу, радиус и расстояние d между осями вкладыша и маховика, и занести в табл. 102.5.

12. Записать результаты измерений моментов инерции маховика без вкладышей I_0 и с вкладышами I_n , а также момента инерции вкладыша I_n в виде $I_0 = \langle I_0 \rangle \pm \Delta I_0$; $I_n = \langle I_n \rangle \pm \Delta I_n$; $I_n = \langle I_n \rangle \pm \Delta I_n$ и занести их в табл. 102.6.

Таблица 102.6

Моменты инерции маховика и вкладыша

I_0 , кг·м ²	I_n , кг·м ²	I_n , кг·м ²

13. Выяснить расположение теоретического значения момента инерции вкладыша относительно соответствующего доверительного интервала, вычисленного по результатам эксперимента, дать заключение о справедливости теоремы Штейнера и сделать выводы.

Контрольные вопросы

1. Сформулируйте основной закон динамики вращательного движения и запишите его математическое выражение.
2. Что такое момент импульса относительно точки?
3. Как определяется направление вектора момента импульса?
4. Что такое момент силы относительно точки? Как определяется направление вектора момента силы?

5. Что называется моментом импульса и моментом силы относительно оси? Чем они отличаются от соответствующих величин относительно точки?

6. Что такое момент инерции? Каков физический смысл этого понятия?

7. Чему равен момент инерции тела относительно оси, проходящей через некоторую точку?

8. Что такое угловое ускорение и как определяется направление вектора углового ускорения?

9. Каковы основные упрощающие предположения, использованные при выводе расчетной формулы (102.12)?

10. Сформулируйте теорему Штейнера.

103. ПРОВЕРКА ОСНОВНОГО ЗАКОНА ДИНАМИКИ ВРАЩАТЕЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ

103.1. Цель работы

Изучение основного закона динамики вращательного движения. [1. С. 105-111, 131-144; 2. С. 31-36.]

103.2. Теоретический материал

Основной закон динамики вращательного движения. Момент силы. Момент инерции. Момент импульса.

103.3. Приборы и принадлежности

Маятник Обербека, секундомер, линейка.

103.4. Описание установки и вывод рабочих формул

Основной закон динамики вращательного движения в векторной и скалярной формах имеет вид

$$\vec{M} = I\vec{\epsilon},$$

где \vec{M} – момент силы, I – момент инерции и $\vec{\epsilon}$ – угловое ускорение.

В проекциях на ось OZ основной закон динамики вращательного движения запишется

$$M_z = I\epsilon_z.$$

Проверка закона заключается в том, чтобы экспериментально установить прямую пропорциональную зависимость проекции углового ускорения ϵ от момента силы M при заданном моменте инерции I .

Эксперименты проводятся на установке, схематически показанной на рис. 103.1. Вращающаяся часть установки (маятник Обербека) состоит из четырех спиц 1, ввинченных во втулку под прямым углом друг к другу. На спицы надевается четыре груза 2, которые могут перемещаться по спицам и закрепляться зажимными винтами на определенном расстоянии от оси. На втулку насажены два легких шкива 3 различных радиусов. Момент силы, вызывающий вращение маятника, создается натяжением нити 4, намотанной на один из шкивов.

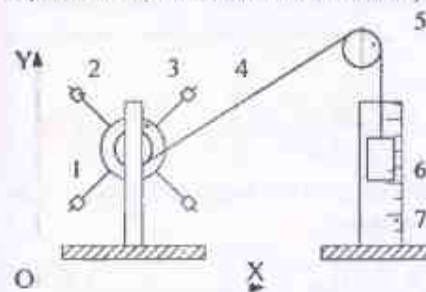


Рис. 103.1

Нить перебрасывается через блок 5 и прикрепляется к гире 6. При опускании гири нить разматывается и раскручивает маятник. Пройденный гирей путь H отсчитывается по шкале 7. Момент инерции маятника Обербека можно изменять, перемещая грузы по спицам. Закрепив грузы в каком-либо положении, найдем связь между моментом инерции маятника и ускорением гири.

Для опускающейся гири, движущейся поступательно, по второму закону Ньютона запишем (рис. 103.2):

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{T}_1,$$

где m – масса груза; \vec{a} – его ускорение; \vec{T}_1 – сила натяжения нити, действующая на гирю.

В проекциях на ось OY второй закон Ньютона имеет вид

$$ma = mg - T_1. \quad (103.1)$$

Для вращающегося маятника Обербека основной закон динамики вращательного движения в проекциях на ось OZ запишется (рис. 103.3)

$$\begin{aligned} I\epsilon &= M, \\ I\epsilon &= T_2 r, \end{aligned} \quad (103.2)$$

где I – момент инерции маятника относительно оси OZ ; ϵ – его угловое ускорение; M – вращающий

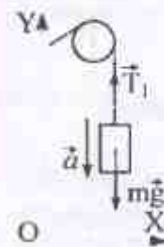


Рис. 103.2

момент силы T_2 ; r – радиус шкива. Пренебрегая массами блока и нити, трением в подшипниках и считая нить нерастяжимой и невесомой, получим $T_1 = T_2 = T$, тогда уравнения (103.1) и (103.2) примут вид

$$ma = mg - T, \quad (103.3)$$

$$I\varepsilon = M = Tr. \quad (103.4)$$

Для нерастяжимой нити величина ускорения гири a будет равна величине касательного ускорения точек поверхности шкива маятника

$$a = \varepsilon r. \quad (103.5)$$

Величину ускорения опускающейся гири можно определить, зная высоту H и время опускания гири t , из соотношения

$$a = 2H/t^2. \quad (103.6)$$

Решая совместно систему уравнений (103.3)–(103.4), получаем выражение для момента инерции маятника

Обербека

$$I = mr^2 \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right) \quad (103.7)$$

и выражение для величины момента силы, действующей на маятник:

$$M = mr \left(g - \frac{2H}{t^2} \right). \quad (103.8)$$

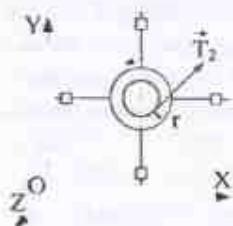


Рис. 103.3

В полученных формулах экспериментально определяются r , t , H , величина m указана на лабораторном столе. Из уравнения (103.2) следует, что при постоянном моменте инерции I для различных вращательных моментов должно выполняться условие

$$\frac{M_1}{\varepsilon_1} = \frac{M_2}{\varepsilon_2} = \frac{M_3}{\varepsilon_3} = \dots = \frac{M_n}{\varepsilon_n}. \quad (103.9)$$

Для проверки справедливости условия (103.9) целесообразно построить график зависимости $\varepsilon = f(M)$ при $I = const$ по экспериментальным результатам.

103.5. Оценка погрешности косвенного измерения

Оценим погрешность косвенного измерения момента инерции I (103.7). Будем считать, что в результате измерений известны величины $m = \langle m \rangle \pm \Delta m$; $r = \langle r \rangle \pm \Delta r$; $t = \langle t \rangle \pm \Delta t$; $g = \langle g \rangle \pm \Delta g$;

$H = \langle H \rangle \pm \Delta H$, где $\langle m \rangle$, $\langle r \rangle$, $\langle t \rangle$, $\langle g \rangle$ и $\langle H \rangle$ – средние значения; Δm , Δr , Δt , Δg и ΔH – абсолютные погрешности.

Погрешность измерения момента инерции ΔI определим по формуле

$$\Delta I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial m} \Delta m \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial r} \Delta r \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial g} \Delta g \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial t} \Delta t \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial H} \Delta H \right)^2}, \quad (103.10)$$

где

$$\frac{\partial I}{\partial m} = r^2 \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right); \quad (103.11)$$

$$\frac{\partial I}{\partial r} = 2mr \left(\frac{gt^2}{2H} - 1 \right); \quad (103.12)$$

$$\frac{\partial I}{\partial g} = mr^2 \frac{t^2}{2H}; \quad (103.13)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = mr^2 \frac{2gt^2}{2H}; \quad (103.14)$$

$$\frac{\partial I}{\partial H} = -mr^2 \frac{gt^2}{2H^2}. \quad (103.15)$$

Разделим левую и правую части выражения (103.10) на $\langle I \rangle$. Учитывая, что

$$\delta I = \frac{\Delta I}{\langle I \rangle}, \quad (103.16)$$

получим

$$\delta I = \sqrt{\left(\frac{\partial I}{\partial m} \frac{\Delta m}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial r} \frac{\Delta r}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial g} \frac{\Delta g}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial t} \frac{\Delta t}{\langle I \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\partial I}{\partial H} \frac{\Delta H}{\langle I \rangle} \right)^2}.$$

Подставляя в эту формулу выражения (103.11)–(103.15) и (103.7) и учитывая, что на данной экспериментальной установке

$$\frac{gt^2}{2H} - 1 \approx \frac{gt^2}{2H},$$

после несложных преобразований получим

$$\delta I = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{\langle m \rangle} \right)^2 + \left(\frac{2\Delta r}{\langle r \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\Delta g}{\langle g \rangle} \right)^2 + \left(\frac{2\Delta t}{\langle t \rangle} \right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{\langle H \rangle} \right)^2}. \quad (103.17)$$

В формуле (103.17) допустимо опустить члены, содержащие Δg и Δm , относительная погрешность которых мала.

Погрешность измерения момента инерции определим по формуле

$$\Delta I = \delta I \cdot \langle m \rangle \cdot \langle r \rangle^2 \left(\frac{\langle g \rangle \cdot \langle t \rangle^2}{2 \langle H \rangle} - 1 \right). \quad (103.18)$$

103.6. Порядок выполнения работы

1. Установить наименьший момент инерции маятника I_1 , сместив грузы к центру.

2. Намотать нить на малый шкив, подвесить меньшую из гирь так, чтобы гиря поднялась на высоту $H = 0,8$ м от нижней метки шкалы (или от пола).

3. Измерить время падения гири не менее 3 раз, результаты измерений записать в табл. 103.1 (первая серия измерений).

Таблица 103.1

№ п/п	r , м	m , кг	t , с	$\langle t \rangle$, с	ε	ε^2	S_n	I_0 $\alpha = 0,95$	ΔI_0 , с	$t = \langle t \rangle \pm \Delta t$, с
1										
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										

4. Повторить измерения по п. 3 для другой гири, результаты измерений записать в табл. 103.1 (вторая серия измерений).

5. Повторить измерения по пп. 3 и 4 для шкива большого радиуса, результаты измерений записать в табл. 103.1 (третья и четвертая серии измерений).

6. Установить момент инерции маятника I_2 , поместив грузы симметрично на середину спиц.

7. Выполнить еще четыре серии измерений (пп. 3-5), результаты измерений записать в табл. 103.1 (пятая-восьмая серии измерений).

103.7. Обработка результатов измерений

1. Оценить погрешность измерения времени движения гири Δt для каждой серии измерений по методу Стьюдента, результаты записать в табл. 103.1.

2. Представить результаты измерений времени движения гири в виде $t = \langle t \rangle \pm \Delta t$ и записать в табл. 103.1.

3. Для каждой серии измерений (табл. 103.1) вычислить a , ε , M и I по соответствующим формулам (103.5)-(103.8), результаты записать в табл. 103.2.

Таблица 103.2

№ п/п	r , м	m , кг	a , $\frac{м}{с^2}$	ε , $\frac{рад}{с^2}$	M , Н·м	$\langle I \rangle$, кг·м ²	δI , %	ΔI , кг·м ²	$I_{ср}$, кг·м ²
1									
2									
3									
4									
5									
6									
7									
8									

4. Вычислить относительную и абсолютную погрешности измерений момента инерции маятника Обербека по формулам (103.17) и (103.18); погрешности Δt и ΔH при этом оцениваются по результатам однократного измерения. Результаты записать в табл. 103.2.

5. Вычислить средние значения моментов инерции маятника Обербека $I_{ср}$.

6. Построить зависимости $\varepsilon = f(M)$ при $I = \text{const}$ для значений момента инерции маятника Обербека I_1 и I_2 , соответствующих положению грузов на спицах. Расположить зависимости на одном графике.

7. Оценить по графику выполнение условия (103.9).

Контрольные вопросы

1. Дайте определение момента инерции.
2. Как рассчитать момент инерции твердого тела относительно оси вращения, не проходящей через центр массы (теорема Штейнера)?
3. Дайте определение момента силы относительно оси вращения.
4. Сформулируйте и запишите основное уравнение динамики вращательного движения.
5. Как определить направление вектора углового ускорения?
6. Как определить момент импульса вращающегося твердого тела относительно неподвижной оси вращения и вращающейся материальной точки?
7. Сформулируйте закон сохранения момента импульса.
8. Как подсчитать работу при вращательном движении?
9. Как рассчитать кинетическую энергию однородного диска радиусом R и массой m , вращающегося вокруг оси, проходящей через центр массы?
10. Какие величины, входящие в формулу для расчета погрешностей, получены в результате прямых и косвенных измерений?
11. Поясните связь между угловыми и линейными величинами при вращательном движении.

104. ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

104.1. Цель работы

Применение законов механики и теории относительности при исследовании движения заряженных частиц в постоянном магнитном поле.

[1. С. 217-245; 2. С. 60-70].

104.2. Теоретический материал

Релятивистская механика, специальная теория относительности.

104.3. Приборы и принадлежности

Фотографии треков заряженных частиц в камере Вильсона, компьютер.

104.4. Теоретическое введение

При помощи камеры Вильсона наблюдают и фотографируют треки (траектории) заряженных частиц, движущихся в пересыщенных парах воды или спирта. В этом случае при движении частиц происходит ионизация молекул воды или спирта и на образовавшихся ионах конденсируются пересыщенные пары, что и позволяет видеть траекторию пролетевшей частицы. Для создания пересыщенного пара в камере Вильсона производят быстрое адиабатическое расширение газа с помощью механического поршня. После фотографирования трека газ в камере снова сжимается, капельки на ионах испаряются. Электрическое поле в камере служит для "очистки" камеры от ионов, образовавшихся при предыдущей ионизации газа.

При движении заряженной частицы в магнитном поле на нее действует сила Лоренца, которая определяется по формуле

$$\vec{F} = e[\vec{v}, \vec{B}], \quad |\vec{F}| = evB \sin \alpha,$$

где e , \vec{v} – заряд и скорость частицы соответственно; \vec{B} – индукция магнитного поля; α – угол между вектором скорости частицы и вектором индукции магнитного поля.

Направление этой силы определяется по правилу правого винта. Она всегда направлена перпендикулярно плоскости, в которой лежат векторы \vec{v} и \vec{B} , поэтому сила Лоренца не изменяет величину скорости частицы (следовательно, и ее энергию), а изменяет только направление движения частицы. Второй закон Ньютона для частиц, движущихся со скоростью, близкой к скорости света, запишется так:

$$\frac{d}{dt} \left[\frac{m_0 \vec{v}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right] = e[\vec{v}, \vec{B}], \quad (104.1)$$

где m_0 – масса покоя частицы.

Так как сила Лоренца изменяет только направление скорости, то входящий в (104.1) множитель $m_0/(1-v^2/c^2)^{1/2}$ является величиной постоянной и его можно вынести за знак производной. Тогда, уравнение (104.1) в проекциях на направление нормали к траектории частицы с учетом того, что вектор скорости \vec{v} перпендикулярен вектору индукции магнитного поля \vec{B} , после некоторых преобразований будет иметь вид

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c}{eBR}\right)^2}}, \quad (104.2)$$

где R — радиус круговой траектории частицы.

Зная скорость движущейся частицы, можно определить и другие параметры ее движения:

— релятивистскую массу

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad (104.3)$$

— полную энергию частицы

$$E = mc^2 = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}; \quad (104.4)$$

— кинетическую энергию частицы

$$E_k = mc^2 - m_0 c^2. \quad (104.5)$$

Разность потенциалов, которую должна пройти частица, чтобы иметь скорость, определяемую (104.2), равна

$$U = E_k / e. \quad (104.6)$$

104.5. Описание установки

В работе используются фотографии треков различных электронов, полученные при помощи камеры Вильсона, которая находилась в магнитном поле в зоне измерения ускорителя элементарных частиц.

Внутри камеры находилась облучаемая мишень, из которой при взаимодействии с излучением вылетали заряженные частицы, треки которых и сфотографированы. Смещение некоторых треков от места рождения произошло потому, что камера Вильсона находилась в слабонеоднородном магнитном поле.

104.6. Порядок выполнения работы и обработка результатов измерений

1. Перевести на чистый лист бумаги характерные треки частиц (если электрон сделал много оборотов в камере Вильсона, то достаточно обвести первый и последний обороты).

2. Выбрать участки треков с наибольшим, наименьшим и промежуточным радиусами кривизны. Определить эти радиусы.

Если частица сделала несколько оборотов в камере, то радиус кривизны можно определить как половину диаметра одной окружности.

3. Необходимый для расчетов радиус кривизны неполной окружности находится следующим образом.

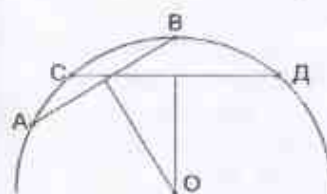


Рис. 104.1

На перерисованном треке (рис. 104.1) проведите две хорды АВ и СД и из их середин восстановите перпендикуляры. Пересечение этих перпендикуляров будет центром кривизны трека на рассматриваемом участке. Расстояния от центра кривизны до трека вдоль перпендикуляров и являются радиусами кривизны.

Если эти радиусы окажутся различными, то в (104.2) вместо R следует подставить $R_{\text{ср}}$ (их среднее арифметическое значение $R_{\text{ср}} = (R_1 + R_2)/2$).

4. После того как по рисункам будут найдены радиусы кривизны треков, необходимо, используя длину масштабного отрезка, вычислить значения всех трех радиусов кривизны треков в камере Вильсона.

5. Задать значение индукции магнитного поля в соответствии с формулой

$$B = (0,25 + 0,05N) \text{ Тл},$$

где N — номер бригады в журнале преподавателя.

6. По формулам (104.2)–(104.6) вычислить параметры движения электрона для всех трех случаев и результаты занести в табл. 104.1 и табл. 104.2.

7. Указать:

— направление вектора магнитной индукции;

— во сколько раз масса движущегося электрона больше массы

покоящегося электрона;

– какую долю от скорости света составляет скорость движущегося электрона.

Таблица 104.1

Определение радиусов трека

№ трека	Радиус от первой хорды R_1 , м	Радиус от второй хорды R_2 , м	Среднее значение радиуса $R_{ср}$, м
1			
2			
3			

Таблица 104.2

Параметры движения электрона

Средний радиус трека, $R_{ср}$, м			
Скорость v , м/с			
Релятивистская масса m , кг			
Полная энергия E , Дж			
Кинетическая энергия $E_{к}$, Дж			
Разность потенциалов U , В			

8. При моделировании на компьютере движения электрона в однородном магнитном поле получить на экране треки электрона при различных начальных параметрах (угол влета частицы, значение индукции магнитного поля, коэффициент, задающий темп уменьшения скорости частицы, которые задаются преподавателем).

9. Посмотреть, как будут изменяться форма траектории и ее шаг при различных коэффициентах уменьшения скорости электрона K (уменьшение скорости при моделировании для наглядности происходит по экспоненциальному закону).

Примечание. Для расчета скорости движения частицы в формуле (104.2) необходимо учесть угол влета частицы по отношению к индукции магнитного поля

$$v = \frac{c}{\sqrt{1 + \left(\frac{m_0 c \sin \alpha}{eBR} \right)^2}} \quad (104.7)$$

10. Погрешности скоростей, полученных по соотношениям (104.2) и (104.7), оценить по формуле

$$\Delta v = v \left[1 - \left(\frac{v}{c} \right)^2 \right] \frac{\Delta R}{R}$$

Рекомендуемые параметры движения частицы и поля:
 $\alpha = 20+60^\circ$, $B = 0,2+0,6$ Тл, $K = 0,05+0,5$.

Контрольные вопросы

1. Как устроена и работает камера Вильсона?
2. Что такое сила Лоренца, чему она равна и как определяется ее направление?
3. Какие физические законы используются в работе?
4. Выведите формулы (104.2) и (104.7) для определения скорости заряженной частицы.
5. Почему в камере Вильсона радиус трека электрона уменьшается к концу пробега?
6. Каким образом масса частицы зависит от ее скорости?
7. Как в теории относительности масса движущейся частицы, ее полная и кинетическая энергия выражаются через скорость частицы?
8. Получите выражение для кинетической энергии $mv^2/2$ из формулы (104.5) с учетом (104.3) и (104.4) при $v \ll c$.
9. На рис. 104.2 показан трек частицы в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле. Вектор индукции магнитного поля \vec{B} направлен перпендикулярно плоскости рисунка к нам. Определите знак заряда частицы.
10. На рис. 104.3 изображены треки двух положительно заряженных частиц (α -частицы и протона) в камере Вильсона, помещенной в магнитное поле. Определите, какой из треков принадлежит α -частице и какой протону.
11. В камере Вильсона, перегородженной твердой пластинкой (см. рис. 104.4), замечен след частицы. В какую сторону двигалась частица? Каков знак ее заряда?

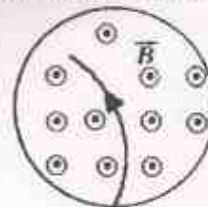


Рис. 104.2

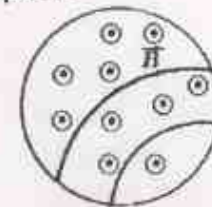


Рис. 104.3

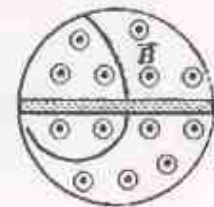


Рис. 104.4

Библиографический список

1. Савельев И.В. Курс общей физики. – М.: Наука, 1986. – Т.1. – 432 с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1990. – 478 с.
3. <http://egf.tti.sfedu.ru/departments/physics/eluch/>
4. Волощенко В.Ю., Салогин В.Г. Оценка погрешностей при физических измерениях. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2004. – 31 с.

Содержание

Краткие теоретические сведения.....	3
1. Кинематика поступательного и вращательного движения материальной точки и твердого тела.....	3
2. Динамика вращательного движения.....	5
101. Измерение ускорения свободного падения.....	7
102. Измерение момента инерции.....	13
103. Проверка основного закона динамики вращательного движения.....	26
104. Исследование движения заряженных частиц в магнитном поле.....	33
Библиографический список.....	38

Богданов Сергей Александрович
Волков Сергей Владимирович
Сластен Михаил Иванович
Красюк Игорь Иванович
Нестюрнина Елена Евгеньевна

Практикум
 по дисциплине ФИЗИКА
 раздел МЕХАНИКА

Ответственный за выпуск Сластен М.И.
 Редактор Надточий З.И.
 Корректор Селезнева Н.И.

ЛР №020565 от 23 июня 1997 г.
 Формат 60x84/16. Подписано к печати 28.11.11
 Печать офсетная. Бумага офсетная.
 Усл. п.л. – 2,5. Уч.-изд. л. – 2,3.
 Заказ № 378 Тираж 100 экз.

“С”

Издательство Технологического института
 Южного федерального университета
 ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44
 Типография Технологического института
 Южного федерального университета
 ГСП 17А, Таганрог, 28, Энгельса, 1