Сборник трудов II международной молодёжной научной конференции “Актуальные проблемы пьезоэлектрического приборостроения”, г. Ростов-на-Дону, 6-10 сентября. Том II. Южный Федеральный университет. – Ростов-на-Дону : Изд-во ЮФУ. 2015 г., с 19-29.

Электрическая неустойчивость к формированию плоских электронных кластеров в двухкомпонентной плазме

Сапогин В.Г.

Донской государственный технический университет
пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000,Россия

1. Введение

Последние тридцать лет в физических лабораториях многих стран проводились эксперименты по протеканию мощных коротких электрических импульсов в различных проводящих средах. Так, группой Голубничего П.И. наблюдались долгоживущие светящиеся объекты (ДСО) миллиметровых радиусов в очищенной воде [1]. Шабанов Г.Д. зафиксировал светящийся поверхностный разряд в водопроводной воде, формирующий разнообразные по форме светящиеся воздушные плёнки, имеющие сантиметровые размеры [2].

Уменьшение объёмов сред, в которые кратковременно вводится большая электрическая мощность приводит к уменьшению геометрических размеров светящихся образований вплоть до микронных. Во всех опытах поведение светящихся объектов очень похоже на проявления, которые отмечены у шаровой молнии. Светящийся объект возникает как локализованное в пространстве образование очень быстро (по-видимому, микросекунды). В течение времени жизни объект высвечивает накопленную электрическую энергию (миллисекунды и секунды) и исчезает.

Исследователи отмечают возникающее внутри объекта макроскопическое разделение зарядов. Экспериментально выяснено, что он может пребывать в различных электрических состояниях: электронейтральном, положительно заряженном и отрицательно заряженном. Перечисленные свойства объекта позволяют отнести его к классу плазмоидов и микроплазмоидов с высокой температурой.

В заметке ***делается попытка построить приближённую физико-математическую модель генерации таких плазмоидов в двухкомпонентной плазме, которая бы адекватно описывала их наблюдаемые электрические свойства.***

2. Математическая модель

На наш взгляд, процесс формирования плазмоида коллективным электрическим полем в двухкомпонентной плазме с однородной температурой описывается системой трёх дифференциальных уравнений в частных производных:

$$en\vec{E} + kT\nabla n + mn\nu\vec{\upsilon} = 0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\vec{\upsilon}) = 0; \tag{2}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 4\pi e(n_0 - n). \tag{3}$$

В системе уравнений (1) – (3): уравнение (1) – уравнение равновесия элементарного объёма нестатической плазмы, уравнение (2) – уравнение непрерывности, уравнение (3) – уравнение Пуассона (в СГС). Принятые в (1) – (3) обозначения: $\vec{E}$ – вектор напряжённости коллективного электрического поля, n_0 – концентрация фона положительных зарядов, n – концентрация электронов, которые могут дрейфовать в коллективном поле, e – элементарный заряд системы, T – абсолютная температура, m – масса электрона, υ – скорость дрейфа электронов, ν – частота столкновений электронов с положительными зарядами фона, k – постоянная Больцмана.

Следует заметить, что похожая задача была поставлена в [3]. Но поскольку в ней дополнительно учитывается наличие плотности постоянного тока в направлении оси x системы, то полученные там результаты с результатами, полученными ниже, практически не соприкасаются.

При каких предположениях решается поставленная нами задача? Они следующие: 1) система (1) – (3) описывает статическое и нестатическое поведение плазмы внутри плазмоида; 2) коллективное поле формирует плоский плазмоид; 3) после формирования плазмоид переходит в возможное статическое состояние плазмы и живёт бесконечно долго; 4) сформированный плазмоид имеет однородную температуру и не излучает; 5) при формировании плазмоида электроны увлекаются переменным коллективным полем относительно неподвижного в лабораторной системе положительного фона зарядов; 6) возможное ускоренное движение электронов в коллективном поле компенсируется вязкой силой, пропорциональной частоте столкновений электронов с положительными зарядами фона.

Для решения плоской задачи $\vec{E}(\vec{r},t)=(E_x(x,t),0,0)$ вводятся безразмерные функции и переменные: $y(\xi,\tau)=E_x/E_*$ – приведённая проекция напряжённости коллективного поля; E_* – масштаб напряжённости коллективного поля; $z(\xi,\tau)=n/n_0$ – приведённая концентрация электронов; $u(\xi,\tau)=\upsilon_x/\upsilon_*$ – приведённая проекция скорости электронов, участвующих в развитии неустойчивости; $\xi=x/l$ – приведённая координата системы; $l=2kT/(eE_*)$ – пространственный масштаб системы; $\upsilon_*=eE_*/(m\nu)$ – масштаб скорости; $\tau=t/t_*$ – приведённое время системы; $t_*=l/\upsilon_*$ – масштаб времени.

Система уравнений (1) – (3) относительно безразмерных функций $y(\xi,\tau),z(\xi,\tau),u(\xi,\tau)$ имеет вид

$$\frac{\partial z}{\partial \xi}=-2(y+u)z\,, \tag{4}$$

$$\frac{\partial u}{\partial \xi}=-\frac{1}{z}\left(\frac{\partial z}{\partial \tau}+u\frac{\partial z}{\partial \xi}\right), \tag{5}$$

$$\frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{\beta^2}{2}(1 - z), \tag{6}$$

где $\beta^2 = 2n_0kT/(E_*^2/8\pi) = T/T_*$ - параметр состояния системы (T_* – характеристическая температура) определяет три возможных состояния плазмы: случай холодной плазмы $0 < \beta^2 < 1$; случай равенства температуры плазмы характеристической (сепаратрисса) $\beta^2 = 1$; случай горячей плазмы $\beta^2 > 1$. Система уравнений (4) – (6) при любых β имеет решение, которое описывает случай однородной плазмы (z=1), в которой отсутствует коллективное поле (y=0) и отсутствует направленное движение электронов (u=0). Это решение следует отнести к случаю электронейтрального плазмоида.

Нестатическая система (4) – (6) может быть сведена к одному уравнению относительно функции y(ξ,τ)

$$\frac{\partial y}{\partial \tau} - y\frac{\partial y}{\partial \xi} = \frac{1}{2}\frac{\partial^2 y}{\partial \xi^2} - \frac{\beta^2}{2}y. \tag{7}$$

При β^2=0 уравнение (7) по структуре напоминает уравнение Бюргерса для значения кинематической вязкости $\upsilon = 1/2$. Его отличие от уравнения Бюргерса очевидно по следующим причинам: 1) перед нелинейным слагаемым $y\frac{\partial y}{\partial \xi}$ стоит другой знак; 2) параметр β^2 в исходной системе уравнений (4) – (6) не может быть равен нулю, поскольку при этом вырождается исследуемая система; 3) функция $y(\xi,\tau)$ представляет собой приведённую проекцию напряжённости коллективного электрического поля плазмы и не имеет никакого отношения к скорости течения жидкости. Более общий вид уравнения (7) был получен В.И.Пустовойтом в [3].

Статические состояния плазмы $(\partial/\partial\tau = 0)$ описываются уравнением

$$\frac{d^2 y}{d\xi^2} + 2y\frac{dy}{d\xi} - \beta^2 y = 0. \tag{8}$$

Уравнение (8) точных решений в элементарных функциях не имеет. Найдём приближённые решения. Для этого в (8) понизим порядок уравнения введением функции $p(y) = \dfrac{dy}{d\xi}$:

$$\frac{dp}{dy} = y\left(\frac{\beta^2}{p} - 2\right). \qquad (9)$$

Мы приходим к уравнению с разделяющимися переменными, которое имеет решения в неявных функциях. Решения не помогают найти физически осмысленный результат. Из (9) видно, что при $y = 0, \dfrac{dp}{dy} = 0.$ В связи с этим будем искать приближённые решения (9) для класса функций в виде ряда, состоящего из двух слагаемых

$$p \approx p_0 + \alpha y^2, \qquad (10)$$

где $\alpha > 0$ *и* $p_0 > 0$ - постоянные.

Подставляя (10) в (9), сохраним слагаемые пропорциональные *y*. Тогда из требования

$$y\left(2p_0\alpha + 2p_0 - \beta^2\right) = 0 \qquad (11)$$

найдём связь между α и p_0

$$p_0 = \beta^2 / 2(1+\alpha); \quad \alpha = \beta^2 / 2p_0 - 1. \qquad (12)$$

Требование α>0 определяет диапазон изменения p_0: $0 < p_0 < \beta^2 / 2$. Интегрируя (10), получаем приближённое решение в классе периодических функций для начальных условий $y(0) = 0; y'(0) = p_0$, справедливое в области $|y| < 1$

$$y \approx \frac{\beta}{\sqrt{2\alpha(1+\alpha)}} tg\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}}\beta\xi\right). \qquad (13)$$

Приближённое решение (13) даёт распределение напряжённости статического коллективного поля плазмы в области $|\xi| < \xi_0$, где ξ_0 определено соотношением

$$\xi_0 = \frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{2(1+\alpha)}{\alpha}}arctg\left(\frac{\sqrt{2\alpha(1+\alpha)}}{\beta}\right). \tag{14}$$

Как видно из (13) в плоскости ξ=0 напряжённость обращается в нуль, а скорость её нарастания в пространстве зависит от параметра состояния системы β. Вектор напряжённости коллективного электрического поля направлен в обе стороны внешнего пространства от плоскости ξ=0.

Такая ориентация напряжённости приводит к тому, что электроны плазмы перераспределяются коллективным полем так, что вблизи плоскости нулевого давления поля (там, где y^2=0 или ξ=0) они образуют области с высокой концентрацией. Приближённый закон распределения концентрации находится из (6) и имеет вид

$$z = 1 - \frac{2}{\beta^2}\frac{dy}{d\xi} \approx 1 - (1+\alpha)^{-1} cos^{-2}\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2(1+\alpha)}}\beta\xi\right). \tag{15}$$

Из (15) видно, что максимум распределения концентрации электронов в плазмоиде приходится на плоскость ξ=0 и зависит только от параметра α:

$$z_M = 1 - 1/(1+\alpha). \tag{16}$$

Поскольку максимальное значение концентрации электронов (16) всегда меньше, чем концентрация положительных зарядов фона, то полученное решение описывает ограниченный в пространстве плазмоид в виде электронного кластера в дырочной плазме.

Ещё один класс приближённых периодических решений уравнения (9) существует для функции $p \approx -p_0 - \alpha y^2$ с начальными условиями $y(0) = 0; y'(0) = -p_0$. Связь между параметрами α>1 и p_0>0 изменяется:

$p_0 = \beta^2 / 2(\alpha - 1);\ \alpha = \beta^2 /(2p_0) + 1$. Для них распределение напряжённости поля имеет вид

$$y_2 \approx -\frac{\beta}{\sqrt{2\alpha(\alpha-1)}} tg\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2(\alpha-1)}}\beta\xi\right), \tag{17}$$

а распределение концентрации

$$z_2 = 1 - \frac{2}{\beta^2}\frac{dy}{d\xi} \approx 1 + (\alpha - 1)^{-1} cos^{-2}\left(\sqrt{\frac{\alpha}{2(\alpha-1)}}\beta\xi\right). \tag{18}$$

Соотношения (17) и (18) дают распределение физических параметров кластера в области $|\xi| < \xi_0$, где ξ_0 определено соотношением

$$\xi_0 = \frac{1}{\beta}\sqrt{\frac{2(\alpha-1)}{\alpha}} arctg\left(\frac{\sqrt{2\alpha(\alpha-1)}}{\beta}\right). \tag{19}$$

Приближённый класс решений (17) описывает распределение коллективного электрического поля в плазме. В плоскости ξ=0 напряжённость обращается в нуль, а скорость её нарастания в пространстве зависит от параметра состояния системы β. Вектор напряжённости коллективного электрического поля направлен из внешнего пространства к плоскости ξ=0.

Это приводит к тому, что электроны плазмы перераспределяются коллективным полем так, что они образуют плазмоид, ограниченный в пространстве, в виде электронного кластера в электронной плазме с минимальной концентрацией в плоскости ξ=0, большей, чем концентрация положительных зарядов фона

$$z_m = 1 + (\alpha - 1)^{-1} > 1.$$

Состояния (18) очень похожи на состояния типа зарядовых кластеров, удерживаемых плоским коллективным полем [4].

Найденные приближённые решения (13) и (17) позволяют провести численное моделирование точного уравнения (8) с корректными начальными условиями.

Процесс протекания электрической неустойчивости, формирующей различные плазмоиды на её начальной стадии, следует из уравнения (7). Для его решения применим метод встречных плоских волн. Приведем уравнение (7) к паре автомодельных уравнений для двух фаз плоских волн $\theta = \xi + \sigma\gamma\tau$ и $\psi = \xi - \sigma\gamma\tau$, где $\gamma = \upsilon_f / \upsilon_*$ – приведённая фазовая скорость, а $\sigma = \pm 1$ – знаковый множитель, отличающий два возможных направления фазовой скорости распространения волн:

а) для фазы θ (штрихи означают дифференцирование по θ)

$$y_1'' + 2y_1 y_1' - \beta^2 y_1 - 2\sigma\gamma y_1' = 0 \tag{20}$$

б) для фазы ψ (штрихи означают дифференцирование по ψ)

$$y_2'' + 2y_2 y_2' - \beta^2 y_2 + 2\sigma\gamma y_2' = 0 \tag{21}$$

При γ=0 уравнения (20) и (21) переходят в уравнение статики (8). Уравнения (20) и (21) не интегрируются в элементарных функциях. Найдём приближенные решения таким же способом, каким искались решения уравнения (8). Понизим порядок уравнения (20). Для начальных условий $y(0) = 0;\ y'(0) = p_0 = \beta^2 / 2$ при выполнении условия $|y| < 1$ из уравнения (20) следует два вида приближённых решений (приближённые решения ищем в виде $p \approx p_0 + 2\sigma\gamma y$)

$$y_1 \approx \frac{\beta^2}{4\sigma\gamma}\left[exp(2\sigma\gamma\theta) - 1\right]; \tag{22}$$

Аналогично, для начальных условий $y(0) = 0;\ y'(0) = p_0 = -\beta^2 / 2$ при выполнении условия $|y| < 1$ из уравнения (21) следует ещё два вида приближённых решений (приближённые решения ищем в виде $p \approx p_0 - 2\sigma\gamma y$)

$$y_2 \approx -\frac{\beta^2}{4\sigma\gamma}\left[1 - exp(-2\sigma\gamma\psi)\right] \quad (23)$$

Сумма двух решений (22) и (23) даёт постороннее решение. Два разностных решения $y = \pm(y_1 - y_2)$ не зависят от знака σ и дают физически осмысленный результат. Распределение затравочного коллективного поля в плазмоидах имеет вид

$$y \approx \pm\frac{\beta^2}{2\gamma} exp(2\gamma^2\tau) sh(2\gamma\xi), \quad (24)$$

распределение концентрации электронов в плазмоидах

$$z \approx 1 \mp 2 exp(2\gamma^2\tau) ch(2\gamma\xi), \quad (25)$$

а распределения скорости электронов в плазмоидах имеет вид

$$u \approx y\left(\frac{4\gamma^2}{\beta^2 z} - 1\right). \quad (26)$$

Полученные приближённые решения (24) – (26) дают картину протекания линейной стадии неустойчивости при выполнении пространственно-временных неравенств

$$-\infty < \tau < \tau_0 \text{ и } |\xi| < \xi_0, \quad (27)$$

Где величины ξ_0 и τ_0 связаны соотношением

$$2\gamma = \beta^2 exp(2\gamma^2\tau_0)|sh(2\gamma\xi_0)|.$$

Из решений (24) – (26) видно, что при $\tau \to -\infty$ плазмоид для любых β, γ однороден (z=1) и электронейтрален, коллективное поле отсутствует (y=0) и нет направленного движения электронов (u=0). На начальной стадии развития неустойчивости её инкремент $2\gamma^2$ существенно зависит от приведённой скорости γ продольных волн, реализующих неустойчивость.

Из круглых скобок в (26) видно, что возможны два вида протекания неустойчивости: неустойчивость, которая реализуется на медленных волнах $\gamma < \gamma_s$, где $\gamma_s = \beta\sqrt{z}/2$ и неустойчивость, реализуемая на быстрых волнах $\gamma > \gamma_s$, (похожа на взрывную неустойчивость Пустовойта В.И., не определённую в [3] количественно).

Из (24) – (26) видно, что все электроны, участвующие в формировании неустойчивости, разделены на четыре класса. К первому классу относятся электроны, которые расположены вблизи плоскости ξ=0. Они практически неподвижны для любого момента времени. Второй класс представляют электроны, у которых u=0 в определённой области пространства и в определённый момент времени. Состояние покоя этих электронов в динамической системе объясняется равенством сил, удерживающих рассматриваемый объём в равновесии для данного момента времени. Как видно из (1), для них векторная сумма силы Бернулли $\vec{f}_b = -kT\nabla n$ и градиента давления поля $\vec{f} = -en\vec{E}$, действующего на электроны равна нулю. Третий класс электронов движется в направлении напряжённости поля. Их движение обеспечивает сила Бернулли, которая в этих областях плазмы оказывается больше градиента давления поля. Четвёртый класс электронов перемещается против напряжённости коллективного поля. Их движение обеспечивает градиент давления поля, который в этих областях плазмы оказывается больше силы Бернулли.

При формировании одного и того же плазмоида существуют различные варианты движения электронов плазмы для двух видов неустойчивости. Так, если образование электронного кластера в дырочной плазме происходит при наличии затравочного поля в виде $y \sim +sh(2\gamma\xi)$, то при неустойчивости на медленных волнах основная часть электронов начинает движение к плоскости ξ=0, а при реализации неустойчивости на быстрых волнах основная часть электронов начинает уходить на периферию.

Образование плазмоида в виде электронного кластера в электронной плазме для затравочного поля $y \sim -sh(2\gamma\xi)$ при неустойчивости на медленных волнах основная часть электронов уходит на периферию, а при реализации неустойчивости на быстрых волнах основная часть электронов начинает движение к плоскости ξ=0.

3. Оценки физических параметров плазмоидов

Приведём оценки физических параметров плазмоидов с пространственным масштабом $l = 10^{-3}$ см для температуры T=1000 К. Будем считать, что плазмоид находится при температуре, совпадающей с характеристической (параметр состояния β=1). Тогда масштаб напряжённости коллективного поля $E_* = 170$ В/см, газокинетическое давление положительных и отрицательных зарядов в плазмоиде $2p_0=1{,}3\cdot 10^{-4}$ дин/см^2, а концентрация положительных зарядов фона $n_0=4{,}7\cdot 10^{10}$ см$^{-3}$. Масштаб скорости $\upsilon_*=3\cdot 10^{8}$ см/с для частоты столкновений $\nu=10^{9}$ с$^{-1}$. Характерный масштаб времени нарастания неустойчивости t_*=3 пс.

Оценки для шаровой молнии, которая может существовать в вакууме, приведены в [5]. Если в атмосфере она представляет собой плазмоид, то для пространственного масштаба l = 10 см и температуры T=1000 К, масштаб напряжённости коллективного поля $E_* = 1{,}7\ 10^{-2}$ В/см, газокинетическое давление положительных и отрицательных зарядов в плазмоиде $2p_0=1{,}3\cdot 10^{-12}$ дин/см^2, а концентрация положительных зарядов фона $n_0=4{,}7\cdot 10^{2}$ см$^{-3}$. Масштаб скорости $\upsilon_*=3\cdot 10^{4}$ см/с для частоты столкновений $\nu=10^{9}$ с$^{-1}$. Характерный масштаб времени нарастания неустойчивости при формировании плазмоида шаровой молнии t_*=300 мкс.

4. Выводы

- Предложена приближённая физико-математическая модель генерации плазмоидов в двухкомпонентной плазме, которая адекватно описывает их наблюдаемые электрические свойства.

- Исследование статических решений модели указывает на возможность существования трёх видов плазмоидов: электронейтрального и заряженного положительно (электронный кластер в дырочной плазме), либо отрицательно (электронный кластер в электронной плазме).
- Исследование нестатических решений модели на начальной стадии указывает на возможность существования двух видов электрической неустойчивости: неустойчивости на медленных волнах и неустойчивости на быстрых волнах.
- Образование электронного кластера в дырочной плазме происходит при наличии затравочного поля $y \sim +sh(2\gamma\xi)$. При неустойчивости на медленных волнах основная часть электронов начинает движение к плоскости ξ=0, а при реализации неустойчивости на быстрых волнах основная часть электронов начинает уходить на периферию.
- Образование плазмоида в виде электронного кластера в электронной плазме происходит для затравочного поля $y \sim -sh(2\gamma\xi)$. При развитии неустойчивости на медленных волнах основная доля электронов уходит на периферию, а при реализации неустойчивости на быстрых волнах основная доля электронов начинает движение к плоскости ξ=0.
- Следующие из модели оценки для микроплазмоида и десятисантиметрового плазмоида типа шаровой молнии дают приемлемые значения физических величин, которые могут реализоваться в природе и в лабораторных экспериментах.

Литература

1. Golubnichiy P.I., Gromenko V.M. et al. “The Investigation of the Mechanism of Energy Accumulation in Long-Living Lightning Objects, Found after a Powerful Impulse Energy Release in Water”, Cold Fusion Source Book. ISCF a. AES. 1994. Minsk. PP. 221–225; “Long-Living Lightning Objects Iside the Pulsating Cavern, Initiated by the

Powerful Energy Emission in Water.” Dokl. An SSSR. 1990. V. 311. No. 2. PP. 356–360; “Formation of Long-Living Lightning Objects after the Collaps of Dens Low Temperature Water Plasma.” Zhurnal Techn. Fiziki. 1990. V.60. No. 1. PP. 183–186; “Fomation and Dinamics of Long-Living Lightning Objects – Lightning Ball, Summary Report”. Moscow: Inst. Vysokih Temp. 1991. No. 2. PP. 73–75; “Dinamics of Long-Living Lightning Objects Throw-out, Initiated by the Powerful Spark Energy Emission in Water. High velocity photography, photonics and metrology of fast-occuring processes. Summary of Reports at the 15th All–Union conference.” 1991. Moscow: VNIIOFI. P.113.

2. Шабанов Г.Д. Оптические свойства долгоживущих светящихся образований// Письма в ЖТФ. 2002. Т. 28. №. 4. С. 81.; Шабанов Г.Д., Соколовский Б.Ю. Макроскопическое разделение зарядов в импульсном электрическом разряде. //Физика плазмы. 2005. Т. 31. №6. С. 560-566.

3. Пустовойт В.И. О механизме возникновения молнии. //Радиотехника и электроника.– 2006. –Т. 51, №8. – С. 996 – 1002.

4. Сапогин В.Г. Механизмы удержания вещества самосогласованным полем. Таганрог: изд-во ТРТУ, 2000. С. 254.

5. Сапогин В.Г. О модели шаровой молнии из одноименных зарядов//Изв. высш. учеб. зав. Северо–Кавказский регион. Сер. Естественные науки. 1999. №3. С.67–70; О частоте излучения зарядового кластера шаровой молнии//Электродинамика и техника СВЧ, КВЧ и оптических частот. – 2007. –Т. XV, вып. 1 (43). – С.56 – 62.