

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное
автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Южный федеральный университет"**

А. Б. Колпачев
О. В. Колпачева

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА

**Конспект лекций
Часть 2**

УДК 535 (075.8)

Рецензенты:

кафедра теоретической, общей физики и технологии
Таганрогского института им. А.П.Чехова (филиала) ФГБОУ
ВПО «РГЭУ (РИНХ)»

профессор, доктор физико-математических наук,
заведующий кафедрой электротехники и электроники Донского
государственного технического университета **Лаврентьев А.А.**

Колпачёв А.Б., Колпачёва О.В. Волновая оптика. Конспект
лекций. Часть 2. – Ростов-на-Дону: Изд-во ЮФУ, 2014. – 80 с.

Учебное пособие содержит изложение разделов волновой
оптики, касающихся явления интерференции световых волн.

Пособие предназначено для студентов ЮФУ, обучающихся
по направлениям «Приборостроение», «Электронная техника,
радиотехника и связь», «Электроника и наноэлектроника»,
«Информационная безопасность».

Ил.: 23. Библиогр.: 12 назв.

© Колпачев А.Б., 2014
© Колпачева О.В., 2014

**Ростов-на-Дону 2014
Издательство Южного федерального университета**

Введение

Предлагаемое вашему вниманию пособие является продолжением выпущенного ранее учебного пособия «Волновая оптика. Конспект лекций. Часть 1» Во второй части нашего пособия мы рассмотрим явление интерференции света. Мы постарались сохранить стиль и способ изложения материала, которого придерживались в первой части.

Более подробно и глубоко такой подход реализован в учебнике [1] и монографии [2]. При изложении материала в пособии мы во многом следовали логике этих книг. Вопросы, связанные со свойствами электромагнитных волн, рассмотрены в книге [3]. Подробное и практически всестороннее изложение курса оптики можно найти в хорошо зарекомендовавших себя учебниках [4 – 8]. За развитием учения о свете можно проследить в книге [9].

Предлагаемое пособие также можно рассматривать как дополнение к серии учебных пособий по физике, изданных в ТРТУ – ТТИ ЮФУ в двухтысячных годах. Его можно считать логическим продолжением пособия А.С. Уколова [10] и существенным дополнением к пособию Н.Н. Заичкина [11].

Наше пособие, разумеется, не заменит студентам вдумчивой и систематической работы с учебниками, в которых материал по причине их значительно большего объема изложен более подробно и основательно. Однако мы надеемся, что оно поможет качественно подготовиться к сдаче зачетов и экзаменов.

3. ИНТЕРФЕРЕНЦИЯ СВЕТА

3.1. Наблюдение интерференции света

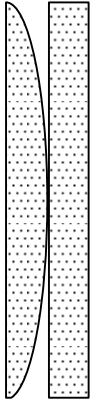
С помощью световых волн мы получаем огромный объем информации об окружающем мире. При этом повседневный опыт говорит нам, что свет, идущий от одного источника, никак не влияет на распространение в пространстве света из других источников. Независимый характер каждого из световых процессов объясняется тем, что свет есть электромагнитная волна, а для векторов напряженности электрического и магнитного полей применим принцип суперпозиции, согласно которому напряженность поля, созданного несколькими источниками, равна векторной сумме напряженностей полей, создаваемых каждым из источников независимо от других.

При этом существует целый ряд оптических явлений, в которых волновая природа света приводит не к простому сложению напряженностей электрического и магнитного полей от различных источников, но к перераспределению интенсивности излучения в пространстве. Появляются области пространства, в которых излучение практически отсутствует, а также области, в которых интенсивность излучения значительно возрастает. Одно из таких явлений – *интерференция* света.

Кольца Ньютона. Одним из первых интерференцию световых волн наблюдал И. Ньютон в опыте, впоследствии названном «кольцами Ньютона».

Всем хорошо известно, что тонкие пленки прозрачного вещества при освещении белым светом могут окрашиваться в различные цвета. Это легко заметить с помощью тонкой мыльной пленки или наблюдая масляные пятна на воде или на стекле. То, что такая окраска связана с волновой природой света, впервые предположил Р. Гук. Ньютон разработал установку, с помощью которой наблюдал периодическую повторяемость цветов при изменении толщины пленки. Для монохроматического излучения (излучения одного цвета) периодически повторяются светлые и темные области.

Л



П

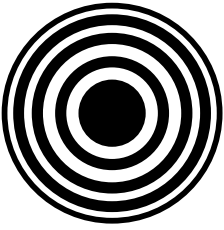


Рис. 34. Кольца Ньютона

точки соприкосновения линзы с пластинкой. При наблюдении в белом свете кольца окрашены в радужные цвета. Ньютон установил, что для каждого цвета имеется своя длина, на которую должна измениться толщина воздушного зазора между линзой и пластинкой, чтобы одно светлое кольцо сменилось другим. Как мы увидим позже, эта толщина воздушного зазора непосредственно связана с длиной волны света и определение толщины воздушного зазора для двух колец Ньютона дает возможность измерить длину волны света.

Опыт Юнга. Более чем через сто лет после опытов Ньютона, в 1800 – 1802 гг., английский физик Томас Юнг (1773 – 1829) опубликовал несколько трудов, в которых ввел понятие «интерференция» и объяснил перераспределение интенсивности излучения особенностями сложения световых волн. Для подтверждения своей теории Юнг провел следующий эксперимент.

Свет из отверстия в ставне окна падал на непрозрачный экран, в котором были сделаны два отверстия в виде тонких щелей. Эти отверстия можно считать источниками света. На рис. 35 они обозначены S_1 и S_2 . Далее пучки света из отверстий попадают на экран Э. В области АВ на экране световые пучки

из источников S_1 и S_2 перекрываются, и в этой части экрана наблюдаются чередующиеся светлые и темные полосы, причем в центре картины наблюдаются светлая полоса. Отметим, что для наблюдения интерференции необходимо, чтобы расстояние между щелями было маленьким. При увеличении этого расстояния интерференционные полосы пропадают.

Попытаемся объяснить эти и другие экспериментальные факты, опираясь на представление о свете, как об электромагнитных волнах.

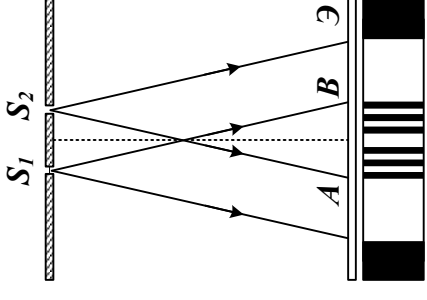


Рис. 35. Опыт Юнга

3.2. Возникновение максимумов и минимумов освещённости при интерференции

Как мы убедились, рассматривая основные эксперименты, явление интерференции состоит в том, что в отдельных областях пространства интенсивность излучения определенного цвета усиливается, а в других ослабляется. Если мы считаем свет электромагнитными волнами, частота колебаний в которых определяет цвет, то можно предложить следующую простую модель, объясняющую усиление и ослабление интенсивности излучения в разных областях пространства.

Интенсивность излучения пропорциональна квадрату напряженности электрического поля волны. Величина напряженности поля согласно принципу суперпозиции равна векторной сумме напряженностей полей всех волн, приходящих в точку наблюдения. Поэтому если в данную точку пространства

приходят одновременно две монохроматические волны с одинаковыми частотами, то напряженность электрического поля

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Если считать, что колебания векторов напряженности происходят в одной плоскости, то векторную сумму можно заменить на алгебраическую. Это упростит процедуру сложения напряженностей, но останется еще одна трудность — мы складываем не постоянные во времени величины напряженностей электрического поля, а такие значения напряженностей, которые изменяются с частотой, равной частоте колебаний волн. В этом случае резульат сложения будет зависеть от того, в каких фазах произойдут колебания векторов напряженности в каждой из волн.

Пусть в одну и ту же точку пространства приходят две волны с одинаковыми частотами. На рис. 36 показана зависимость величин напряженностей электрического поля для двух электромагнитных волн, у которых разность фаз колебаний

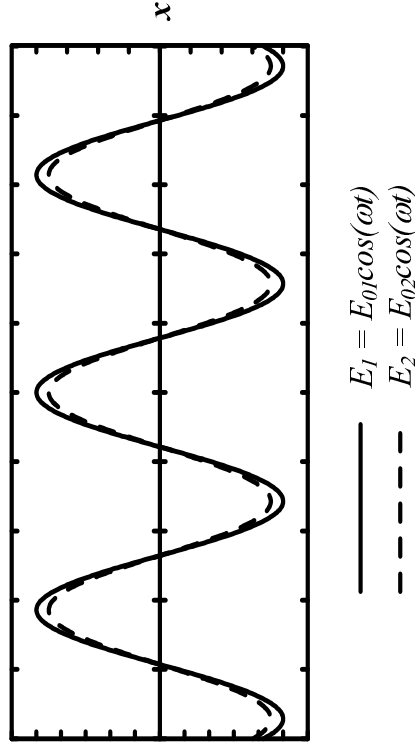


Рис. 36. Зависимость от времени напряженности электрического поля в двух плоских волнах, фазы колебаний в которых совпадают

равна нулю. Мы видим, что если в одну точку пространства приходят две такие волны, то напряженности поля в обеих волнах одновременно достигают максимальных или минимальных значений. При сложении напряженностей электрического поля двух волн суммарная напряженность поля будет возрастать по модулю. Амплитуда колебаний напряженности электрического поля, а с ней и интенсивность излучения, будут возрастать.

В случае, если разность фаз колебаний напряженности электрического поля в двух волнах будет равна π , мы будем наблюдать ситуацию, соответствующую рис. 37. На этом рисунке показана зависимость от времени напряженностей электрического поля в некоторой фиксированной точке пространства для двух электромагнитных волн, у которых разность фаз колебаний равна π . В этом случае в один и тот же

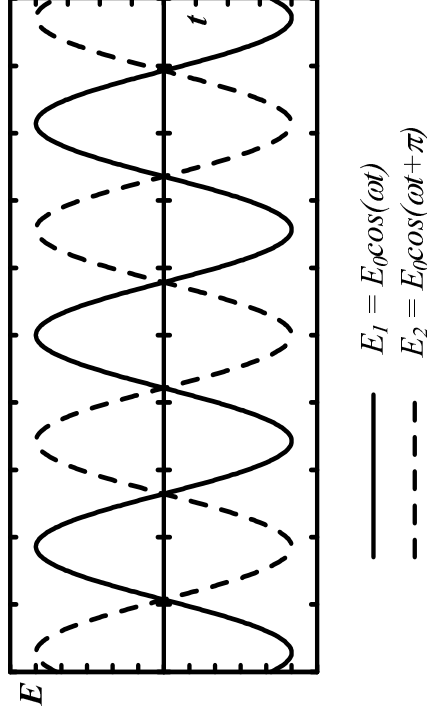


Рис. 37. Зависимость от времени напряженности электрического поля двух плоских волн, фазы колебаний в которых отличаются на π

момент времени величины проекций векторов напряженности достигают максимальных по модулю значений, отличающихся знаком. Величина суммарной напряженности электрического поля будет равна

$$E = |E_1| - |E_2|.$$

Если амплитуды колебаний в двух волнах равны, то суммарная напряженность электрического поля во всех точках пространства, где разность фаз колебаний равна π , будет равна нулю. В этой области мы будем наблюдать темное пятно, в котором освещенность равна нулю. Если амплитуды колебаний для этих волн различаются, то мы будем наблюдать минимум интенсивности излучения.

При других значениях разности фаз колебаний будут наблюдаться различные величины интенсивности излучения. Но они не будут превышать максимального значения, которое наблюдается при разности фаз, равной нулю, и не будут меньше минимального, наблюдаемого при разности фаз, равной π .

Рассмотренная нами модель интерференции позволяет качественно объяснить усиление и ослабление интенсивности монохроматического излучения в результате наложения волн. В то же время стоит напомнить, что мы предположили, что колебания вектора напряженности электрического поля в обеих волнах происходят в одной плоскости, то есть обе волны поляризованы одинаково. Будут ли возникать минимумы и максимумы освещенности, если волны поляризованы по-разному или если они вообще не являются поляризованными?

Для двух линейно поляризованных волн, плоскости поляризации которых не совпадают, величину суммарного вектора напряженности можно найти по теореме косинусов:

$$E = \sqrt{E_1^2 + E_2^2 - 2E_1E_2 \cos \alpha},$$

где α – угол между плоскостями поляризации волн. Равенство нулю суммарной напряженности возможно только при $\alpha = \pi$. Это условие выполняется только тогда, когда плоскости поляризации волн совпадают. Таким образом, для двух линейно поляризованных волн с разными плоскостями поляризации

наши рассуждения о природе интерференции неприменимы. Этот вывод подтверждается и экспериментально.

Если же свет является естественным, то есть содержит волны всех возможных линейных поляризаций, то можно считать, что рассмотренные выше условия усиления и ослабления интенсивности излучения выполняются для каждой из линейно поляризованных волн, составляющих в сумме неполяризованную волну. Следовательно, для неполяризованной волны естественного света условия возникновения минимумов и максимумов выполняются. Рассмотренная выше модель интерференции вполне применима для объяснения интерференции естественного света.

В случае монохроматического света, например, белого, в экспериментах наблюдаются полосы или пятна, окрашенные в различные цвета. Появление цветовой окраски можно объяснить следующим образом. Электромагнитные волны, соответствующие оптическому излучению различных цветов, как известно, имеют различную длину. Следовательно, условия усиления и ослабления волн различных цветов будут наблюдаться в различных областях пространства. Следовательно, вполне возможна ситуация, когда максимум освещенности наблюдается только для волн определенной длины, соответствующих оптическому излучению определенного цвета. В таком случае мы будем наблюдать окрашивание в тот цвет, который соответствует длине волны, для которой наблюдается максимум освещенности.

Итак, явление интерференции можно объяснить, основываясь на волновой природе света. Усиление освещенности можно наблюдать, если в некоторой области пространства две или несколько монохроматических волн имеют разность фаз колебаний, равную нулю или кратную 2π . Ослабление интенсивности излучения наблюдается в тех областях пространства, где разность фаз волн равна π или $(2n-1)\pi$, где n – целое число. Эта модель справедлива для волн, линейно поляризованных одинаково, и для естественного света. Для линейно поляризованных волн, имеющих поляризацию в разных плоскостях, такая модель неприменима.

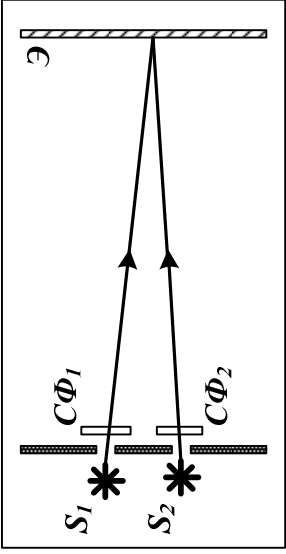


Рис. 38. Опыт, в котором невозможно наблюдать интерференцию

Мы получили модель для объяснения интерференции, которая представляется вполне подходящей. Однако можно провести простой эксперимент, который, как это покажется на первый взгляд, этой модели противоречит.

На рис. 38 приведена оптическая схема такого опыта. Два одинаковых источника света S_1 и S_2 создают два луча. Для достижения монохроматичности лучи проходят через два одинаковых высококачественных светофильтра $C\Phi_1$ и $C\Phi_2$ и попадают на экран Э. В отличие от описанного ранее опыта Юнга, интерференция на экране не наблюдается. Отметим, что главное отличие от опыта Юнга состоит в том, что используется не один, а два отдельных, хотя и одинаковых источника света. Результаты этого эксперимента требуют внести некоторые уточнения в рассмотренную выше модель интерференции. В конечном счете, эти уточнения связаны с особенностями процесса излучения электромагнитных волн. Начнем с того, что введем понятие *когерентности волн*.

Вывод.

Явление интерференции можно объяснить только исходя из представления о свете, как об электромагнитных волнах.

3.3. Когерентные волны

Важнейшим свойством волн любой природы, без которого невозможно объяснение явления интерференции, является когерентность волн. Для световых волн можно дать следующее определение когерентности. *Когерентность* – взаимная согласованность протекания во времени световых колебаний в различных точках пространства и (или) времени, характеризующая их способность к интерференции.

Временная когерентность характеризует степень монохроматичности излучения. *Пространственная когерентность* характеризует геометрические особенности эксперимента.

Когерентными называются волны, у которых постоянная разность фаз. То есть разность фаз между колебаниями в двух когерентных волнах одинакова в любой момент времени в любой точке пространства, где существуют эти волны.

Часто в качестве модели электромагнитной волны мы рассматриваем плоские волны. Для плоских волн условием когерентности является равенство частот колебаний. Пусть имеются две плоские волны:

$$E_1 = E_{10} \cos(\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{01}),$$

$$E_2 = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{02}).$$

Здесь E_{10} , E_{20} – амплитуды колебаний напряженности электрического поля в рассматриваемых плоских волнах, ω_1 , ω_2 – циклические частоты колебаний, k_1 , k_2 – волновые числа, а φ_1 и φ_2 – начальные фазы колебаний. Волны распространяются в одной и той же среде, поэтому скорость распространения обеих волн одинакова. Пусть эта скорость равна v . Разность фаз колебаний в этих волнах равна

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \varphi_2 - \varphi_1 = (\omega_2 t - k_2 x + \varphi_{02}) - (\omega_1 t - k_1 x + \varphi_{01}) = \\ &= (\omega_2 - \omega_1)t + \left(\frac{\omega_2}{v_1} - \frac{\omega_1}{v_2} \right) x + (\varphi_{02} - \varphi_{01}). \end{aligned}$$

Если частоты колебаний в рассматриваемых волнах и скорости их распространения равны, $\omega_1 = \omega_2$, и $v_1 = v_2$, то разность фаз равна константе и она не зависит ни от координат, ни от времени. Следовательно, две плоские волны с одинаковыми частотами колебаний когерентны. Однако плоских волн, излучаемых бесконечно долго, в природе не существует. *Равенство частот излучаемых волн является необходимым, но не достаточным условием когерентности.*

Процесс излучения телами электромагнитных волн более сложен и будет рассмотрен нами позднее. Одна из моделей излучения – излучение волн *цугами* (порциями). Для того, чтобы понять, что такое цуг волн, представим себе источник электромагнитных волн, который не «работает» непрерывно и бесконечно долго, а «включается» на некоторое время, в течение которого он излучает волны, потом некоторое время «молчит», затем снова «включается» и т.д. При этом длительность промежутков, в течение которых источник излучает или «молчит», изменяется по случайному закону, без какой-либо периодичности. Волны, излученные таким источником, могут распространяться в пространстве в виде фрагментов плоских волн, либо фрагментов волн любой другой пространственной симметрии, например сферических волн. Каждый такой фрагмент бесконечной волны будем называть *цугом* волн.

На рис. 39 схематично изображены два цуга плоской монохроматической волны, распространяющихся в одном направлении, которое на рисунке указано стрелкой. Так как все цуги волн исходят из одного и того же источника, частоты колебаний в них одинаковы. Пусть также и амплитуды волн в

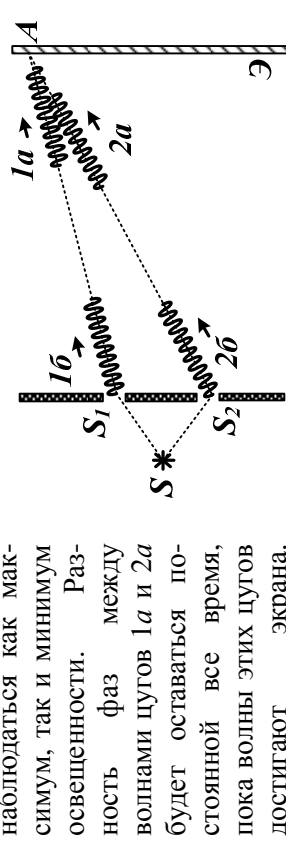


Рис. 39. Модель распространения волны цугами

каждом цуге одинаковы. Представим, что справа на рисунке имеется экран, которого достигают волны из источника. Тогда в течение некоторого времени t_1 экрана будут достигать волны первого цуга, затем в течение некоторого времени t_2 экрана экран попадать не будет, а потом в течение времени t экран будут достигать колебания волн второго цуга. Учитывая, что частота колебаний световых волн составляет примерно 10^{15} Гц, длительность цуга, содержащего один миллион колебаний, составит примерно 1 нс (10^{-9} с). Поэтому в процессе наблюдения освещенность экрана будет казаться непрерывной.

Теперь представим себе, что рассмотренные нами цуги волн из одного источника S падают на непрозрачный экран с двумя щелями в опыте Юнга (рис. 40). Теперь часть волны первого цуга (назовем его цуг a) проходит через щель S_1 и образует цуг $1a$, а другая часть волн этого же цуга проходит через щель S_2 и образует цуг $2a$.

При прохождении щелей S_1 и S_2 колебания в волнах цугов $1a$ и $2a$ протекают согласованно и разность фаз этих колебаний равна нулю. Но к тому моменту, когда волны обоих цугов достигают точка A на экране, между ними возникает некоторая разность фаз, так как волна $1a$ проходит расстояние, равное длине отрезка S_1A , а волна $2a$ – большее расстояние, равное длине отрезка S_2A . В зависимости от величины этой разности фаз в точке A может



наблюдаться как максимум, так и минимум освещенности. Разность фаз между волнами цугов $1a$ и $2a$ будет оставаться постоянной все время, пока волны этих цугов достигают экрана.

Важно, чтобы время запаздывания цуга $2a$ не превысило время, в

Рис. 40. Цуги волн и интерференция в опыте Юнга

течение которого волны цуга $1a$ падают на экран в точке A .

Если запаздывание слишком велико, то может сложиться ситуация, когда волна цуга $2a$ достигнет точки наблюдения в тот момент, когда волна цуга $1a$ уже не будет падать на экран в точке A . В этом случае никакой интерференции не возникнет. Волны достигают точки наблюдения в разное время, и напряженность электрического поля не является суммой напряженностей поля отдельных волн. В этом случае можно говорить о нарушении *пространственной когерентности*. Такая ситуация возможна, если расстояние между источниками S_1 и S_2 достаточно велико.

Условие постоянства разности фаз между волнами, прошедшими через две щели, будет выполняться не только для волн первого цуга, достигшего щелей, но и для волн любого другого цуга, например, цуга b на рис. 40.

Если волны на щели S_1 и S_2 падают из различных источников (рис. 38), то они изначально излучаются этими источниками несогласованно и разность фаз между волнами в точке наблюдения не может быть постоянной, так как пути волн в каждом из источников излучаются хаотически. Поэтому в опыте, показанном на рис. 38, интерференция не наблюдается.

Вывод.

Учитывая все изложенные выше соображения, дадим следующее определение когерентности волн. Когерентными называются волны, у которых постоянная разность фаз. Это требование включает в себя и равенство частот колебаний в волнах.

3.4. Получение когерентных волн

Для получения когерентных волн используется метод разделения света, идущего от источника, на два или несколько пучков с помощью щелей, зеркал, преломления или отражения лучей. В рассмотренном ранее опыте Юнга свет от одного источника проходил через две щели.

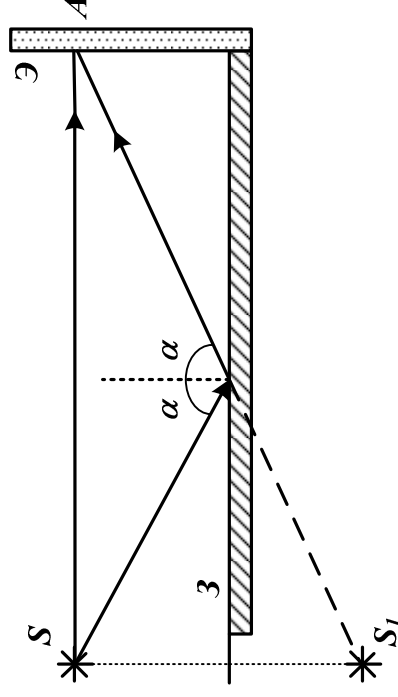


Рис. 41. Наблюдение интерференции с помощью зеркала Ллойда

Получить два пучка света от одного источника можно и другими способами. Можно использовать отражение света в зеркале, как это было сделано в опыте с так называемым зеркалом Ллойда (рис. 41). Свет от источника S падает непосредственно на экран \mathcal{E} . Также на экран падает свет, отразившийся от горизонтального зеркала Z . В точку наблюдения A приходят два луча – один непосредственно из источника S , а второй после отражения от зеркала. Разность фаз между колебаниями в этих двух волнах возникает во-первых, из-за различия в длине пути, пройденного двумя волнами, а во-вторых из-за того, что при отражении от зеркала фаза волны изменяется на π . Можно также считать, что вторая волна исходит из мнимого источника S_1 , который является изображением источника S в зеркале. В этом случае оптическая схема опыта Ллойда становится очень похожей на схему опыта Юнга. Различие состоит только в том, что в опыте с зеркалом следует учитывать изменение фазы волны при отражении.

Два классических опыта по наблюдению интерференции связаны с именем французского физика Огюстена Жана Френеля (1788 – 1827). В опыте с зеркалами Френеля свет от источника S

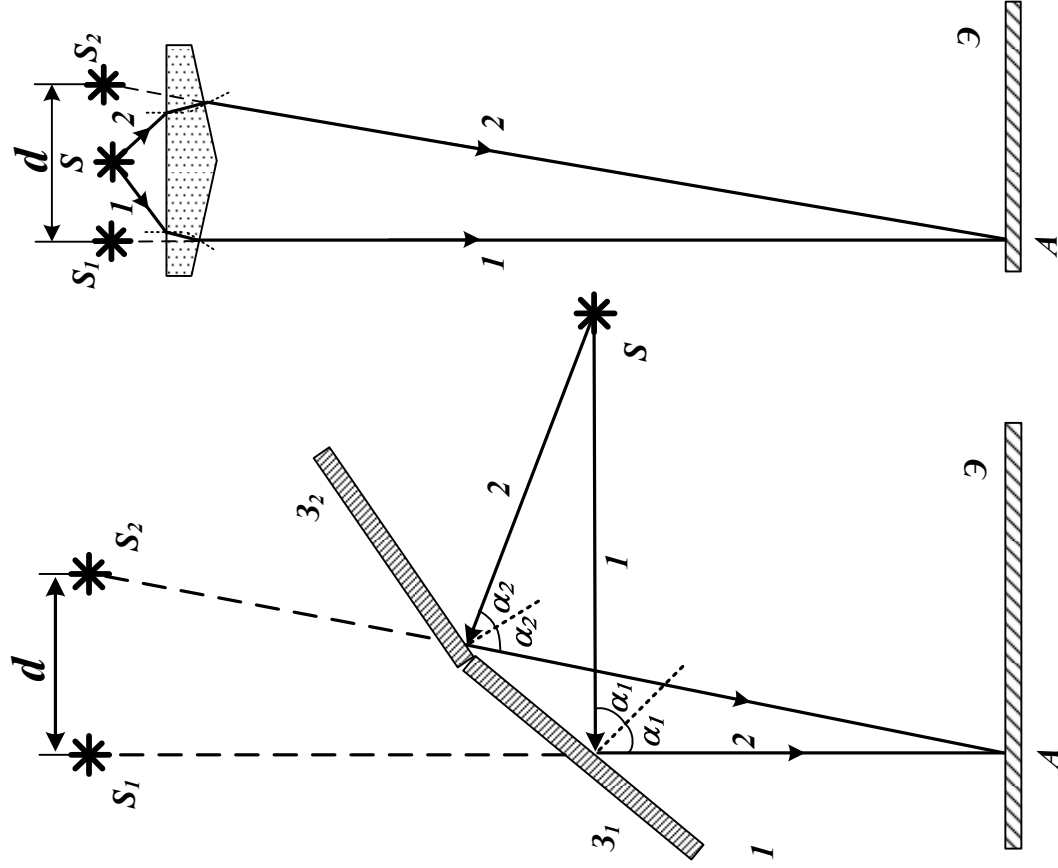


Рис. 42. Оптическая схема опыта с зеркалами Френеля

падает на два зеркала, расположенных так, что угол между плоскостями зеркал близок к 180 градусам (рис 42). Луч 1 падает на зеркало 3_1 , отражается от него и попадает в точку А на экране. В эту же точку приходит луч 2. Он также выходит из источника S , но отражается от зеркала 3_2 . Световые волны в лучах 1 и 2 когерентны, так как исходят из одного источника. При расчете интерференционной картины можно рассматривать два мнимых источника S_1 и S_2 , которые являются изображениями источника S в зеркалах 3_1 и 3_2 . Разность фаз волн, исходящих из мнимых источников S_1 и S_2 , будет такой же, как и разность фаз волн в лучах 1 и 2. Интерференционная картина в опыте с зеркалами Френеля должна быть такой же, как картина, наблюдаемая в опыте Юнга с двумя щелями, отстоящими друг от друга на расстоянии d .

На рис. 43 показана схема опыта с так называемой бипризмой (или двойной призмой) Френеля. В этом эксперименте два луча исходят из одного источника S , и, преломляясь дважды в различных частях двойной призмы, приходят в одну и ту же точку на экране. Лучи проходят разные пути, вследствие чего между колебаниями волн в этих лучах возникает разность фаз. В этом случае при расчете интерференционной картины также можно заменить два луча, исходящие из одного источника S двумя лучами, исходящими из двух мнимых источников S_1 и S_2 . Интерференционная картина на экране будет такой же, как картина в опыте Юнга с двумя щелями, отстоящими друг от друга на расстоянии d .

Рассмотрев классические эксперименты по наблюдению интерференции, мы приходим к выводу, что для наблюдения интерференции следует пучок света, исходящий из одного источника разделить на два пучка и, используя явления преломления или отражения света, заставить их идти к точке наблюдения разными путями. В результате между колебаниями волн в разных пучках возникнет некоторая разность фаз, что может привести к возникновению максимумов и минимумов освещенности.

Рис. 43. Оптическая схема опыта с бипризмой Френеля

3.5. Оптическая разность хода

Как мы установили, рассматривая эксперименты по наблюдению интерференции, разность фаз между колебаниями в двух когерентных волнах возникает, когда две волны приходят в точку наблюдения различными путями. Между тем, возможна ситуация, когда длины путей, по которым волны достигли точки наблюдения, равны, а фазы колебаний в волнах различны.

В качестве примера рассмотрим оптическую схему опыта, показанную на рис. 44. Монохроматический источник света S находится в фокусе собирающей линзы L_1 . После преломления в линзе образуется параллельный пучок лучей, из которого выделяют лучи 1 и 2.

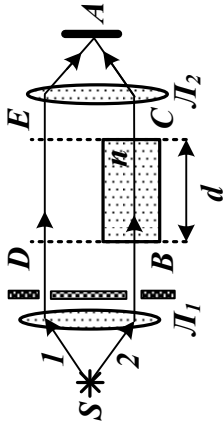


Рис. 44. Возникновение разности фаз при одинаковой длине лучей

воздухе, луч 2 проходит через пластину прозрачного вещества с показателем преломления n . Оба луча попадают на собирающую линзу L_2 , в фокусе которой находится точка наблюдения A . В зависимости от толщины пластины d в точке A можно наблюдать усиление или ослабление освещенности. Световые волны исходят из одного источника, следовательно, усиление или ослабление освещенности является результатом интерференции. С чем связано возникновение разности фаз между волнами лучей 1 и 2?

Для двух плоских волн с одинаковыми частотами колебаний разность фаз равна

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\omega}{v_2} - \frac{\omega}{v_1} \right) x + (\varphi_{02} - \varphi_{01}),$$

где ω - циклическая частота колебаний, v_1 и v_2 - скорости распространения волн лучей 1 и 2, x - расстояние, пройденное

волнами от источника до точки наблюдения, φ_{01} и φ_{02} - начальные фазы колебаний волн. Волны когерентны, следовательно, $\varphi_{01} = \varphi_{02}$ и разность фаз равна

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\omega}{v_2} - \frac{\omega}{v_1} \right) x.$$

Скорости распространения лучей различаются только на участках BC и DE . Луч 1 проходит участок DE в воздухе, а луч 2 проходит участок BC в веществе с показателем преломления n . Следовательно, разность фаз между колебаниями волн в лучах 1 и 2 возникает из-за различия скоростей света в воздухе и среде с показателем преломления n . Длины участков BC и DE равны d , поэтому

$$\Delta\varphi = \left(\frac{\omega}{v_2} - \frac{\omega}{v_1} \right) d = \frac{\omega d}{v_2} - \frac{\omega d}{v_1}.$$

Будем считать, что скорость света в воздухе равна скорости света в вакууме, $v_1 = c$. Скорость света в среде с показателем преломления n $v_2 = c/n$. Поэтому

$$\Delta\varphi = \frac{\omega n d}{c} - \frac{\omega d}{c} = k_0 (n d - d).$$

Здесь k_0 - волновое число для волны в вакууме, $k_0 = 2\pi/\lambda_0$, λ_0 - длина волны света в вакууме.

Величина $L = nx$, где x - геометрическая длина луча, а n - показатель преломления среды, в которой распространяется свет, называется *оптической длиной луча*. Для участка длиной d в среде с показателем преломления n оптическая длина равна $L_2 = nd$. Для воздуха, показатель преломления которого мы считаем равным единице $L_1 = d$. Величина $\Delta L = L_2 - L_1$ называется *оптической разностью хода лучей* 1 и 2. Теперь разность фаз равна

$$\Delta\varphi = k_0 (L_2 - L_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \Delta L. \tag{3.1}$$

Оптическую разность хода лучей удобно использовать, когда свет распространяется в различных средах, переходит из одной среды в другую.

Основные выводы.

1. Если свет распространяется в различных средах, возникновение разности фаз между колебаниями в различных волнах может быть связано не только с различием геометрической длины лучей, но и с различием скоростей света в разных средах.

2. Оптическая разность хода лучей равна

$$\Delta L = L_2 - L_1 = n_2 x_2 = n_1 x_1, \quad (3.2)$$

где x_1, x_2 – геометрические длины лучей, n_1, n_2 – показатели преломления сред, в которых распространялись лучи.

3.6. Условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов

В параграфе 3.2 мы пришли к выводу, что интерференцию, то есть перераспределение интенсивности излучения, можно объяснить, рассматривая наложение волн с одинаковыми частотами. Мы также предположили, что усиление или ослабление освещенности может быть связано с разностью фаз колебаний в световых волнах. В параграфе 3.3 мы уточнили требования к волнам, которые могут участвовать в интерференции, и назвали такие волны *когерентными*. Однако до сих пор мы не сформулировали точных условий, при выполнении которых в процессе интерференции интенсивность излучения усиливается или ослабляется. Рассмотрению этого вопроса будет посвящен настоящий параграф.

Пусть в некоторую точку пространства приходят две когерентные волны. Пусть также обе волны либо поляризованы в одной плоскости, либо представляют собой естественный свет. Лучи, соответствующие путям распространения этих волн, имеют различную оптическую длину. Это может быть связано с тем, что волны прошли разные геометрические пути, а также с тем, что они распространялись в различных средах.

Освещенность равна средней мощности излучения, падающего на единицу площади поверхности, она пропорциональна квадрату напряженности электрического поля электромагнитной волны,

$$I = \frac{P}{S} \sim nE_0^2.$$

Здесь n – показатель преломления среды, в которой распространяется волна, E_0 – амплитуда напряженности электрического поля в волне. Усреднение следует проводить по времени наблюдения. Учитывая, что период колебаний в световой волне очень мал, время наблюдения всегда будет существенно превышать период колебаний. Подробно процедура вычисления средней мощности излучения за время наблюдения, значительно превышающее период колебаний электромагнитного поля в волне, рассмотрена в параграфе 1.5 части I настоящего пособия.

Согласно принципу суперпозиции напряженностей электрического поля равна векторной сумме напряженностей полей каждой из волн:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2.$$

Для волн, поляризованных в одной плоскости, или для неполяризованных волн можно перейти к проекциям вектора напряженности на некоторую ось OZ :

$$E_z = E_{1z} + E_{2z}.$$

Напомним, что величины этих проекций меняются по гармоническому закону и могут быть как положительными, так и отрицательными. В общем случае

$$E_{1z} = E_{10} \cos(\omega_1 t - k_1 x_1 + \varphi_{01}),$$

$$E_{2z} = E_{20} \cos(\omega_2 t - k_2 x_2 + \varphi_{02}).$$

E_{10}, E_{20} – амплитуды колебаний напряженностей электрического поля. Волны когерентны, поэтому их частоты одинаковы, $\omega_1 = \omega_2 = \omega$. Начальные фазы колебаний также равны и их можно считать равными нулю, $\varphi_{01} = \varphi_{02} = 0$. Если начала отсчета для

координат поместить на общем источнике, то x_1 и x_2 — геометрические длины лучей. В результате

$$\begin{aligned} E_{1z} &= E_{10} \cos(\alpha t - k_1 x_1), \\ E_{2z} &= E_{20} \cos(\alpha t - k_2 x_2). \end{aligned}$$

Средняя интенсивность результирующей волны в точке наблюдения

$$I \sim n \left\langle (\vec{E}_1 + \vec{E}_2)^2 \right\rangle = n \left(\langle E_1^2 \rangle + 2 \langle \vec{E}_1 \vec{E}_2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle \right).$$

Угловые скобки здесь означают усреднение по времени наблюдения. Время наблюдения t_0 значительно превосходит период колебаний волны, $t_0 \gg T$.

$$\begin{aligned} \langle E_1^2 \rangle &= \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} E_{10}^2 \cos^2(\alpha t - k_1 x_1) dt = \\ &= \frac{E_{10}^2}{2} + \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\alpha t - 2k_1 x_1) dt. \end{aligned}$$

Остановимся на вычислении интеграла во втором слагаемом. Для преобразования подинтегрального выражения воспользуемся формулой

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta.$$

$$\frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\alpha t - 2k_1 x_1) dt =$$

$$\begin{aligned} &= \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\alpha t) \sin(-2k_1 x_1) dt - \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \sin(2\alpha t) \cos(-2k_1 x_1) dt = \\ &= -\frac{E_{10}^2}{2t_0} \sin(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \cos(2\alpha t) dt - \frac{E_{10}^2}{2t_0} \cos(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \sin(2\alpha t) dt. \end{aligned}$$

Для гармонической функции $f(t)$ при $t_0 \gg T$

$$\frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} f(t) dt = \frac{1}{t_0} \int_0^T f(t) dt.$$

(Этот вопрос подробно рассмотрен в параграфе 1.5). С учетом этого оба интеграла в последнем выражении равны нулю:

$$\int_0^T \cos(2\alpha t) dt = \int_0^T \sin(2\alpha t) dt = 0.$$

Поэтому

$$\begin{aligned} -\frac{E_{10}^2}{2t_0} \sin(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \cos(2\alpha t) dt - \frac{E_{10}^2}{2t_0} \cos(2k_1 x_1) \int_0^{t_0} \sin(2\alpha t) dt &= 0. \\ \frac{E_{10}^2}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\alpha t - 2k_1 x_1) dt &= 0. \end{aligned}$$

Таким образом,

$$\langle E_1^2 \rangle = \frac{E_{10}^2}{2}.$$

Среднее значение квадрата напряжённости второй волны вычисляется аналогично.

$$\langle E_2^2 \rangle = \frac{E_{20}^2}{2}.$$

Осталось вычислить среднее значение произведения напряжённости первой и второй волны. При вычислении интеграла воспользуемся формулой из тригонометрии

$$\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha - \beta) + \cos(\alpha + \beta)].$$

$$\begin{aligned} \langle E_1 E_2 \rangle &= \frac{1}{t_0} \int_0^{t_0} E_{01} E_{02} \cos(\alpha t - k_1 x_1) \cos(\alpha t - k_2 x_2) dt = \\ &= \frac{E_{01} E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(k_2 x_2 - k_1 x_1) dt + \\ &+ \frac{E_{01} E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(2\alpha t - k_1 x_1 - k_2 x_2) dt = \end{aligned}$$

Второе слагаемое представляет собой интеграл от гармонической функции по времени в пределах от 0 до t_0 , где t_0 существенно превышает период гармонической функции, деленный на t_0 . Как было показано ранее, это слагаемое равно нулю. В первом слагаемом выражение под интегралом от времени не зависит, поэтому

$$\frac{E_{01}E_{02}}{2t_0} \int_0^{t_0} \cos(k_2x_2 - k_1x_1) dt = \frac{E_{01}E_{02}}{2} \cos(k_2x_2 - k_1x_1).$$

Таким образом,

$$\langle E_1E_2 \rangle = \frac{E_{01}E_{02}}{2} \cos(k_2x_2 - k_1x_1).$$

Теперь среднее значение квадрата напряжённости электрического поля двух когерентных волн за время $t_0 \gg T$

$$\langle E^2 \rangle = \langle E_1^2 \rangle + 2\langle E_1E_2 \rangle + \langle E_2^2 \rangle = \frac{E_{10}^2}{2} + \frac{E_{20}^2}{2} + E_{10}E_{20} \cos(k_2x_2 - k_1x_1).$$

При заданных значениях амплитуд колебаний напряженностей полей величина результирующей освещенности определяется аргументом косинуса в последней формуле. Определим, при каких условиях значение освещенности достигает максимальных и минимальных значений. Наиболее наглядным результатом будет для случая одинаковых амплитуд, когда $E_{01} = E_{02} = E_0$.

$$\langle E^2 \rangle = \frac{E_0^2}{2} + \frac{E_0^2}{2} + E_0^2 \cos(k_2x_2 - k_1x_1) = 2E_0^2 (1 + \cos(k_2x_2 - k_1x_1)),$$

Для освещенности можно записать

$$I = 2I_0 (1 + \cos(k_2x_2 - k_1x_1)). \quad (3.3)$$

Величина косинуса может принимать значения от -1 до +1. В зависимости от этого интенсивность излучения будет принимать значения от 0 до $4I_0$. Рассмотрим подробнее величину, являющуюся аргументом косинуса.

$$k_2x_2 - k_1x_1 = k_0(n_2x_2 - n_1x_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(L_2 - L_1).$$

Здесь k_1 , k_2 – волновые числа первой и второй волн, они могут быть разными, если волны распространяются в различных средах. k_0 – волновое число обеих волн в вакууме, оно совпадает для двух волн, так как они когерентны. $(L_2 - L_1) = \Delta L$ – оптическая разность хода лучей, определяемая по формуле (3.2). λ – длина волны света в вакууме. Она одинакова для обеих волн, так как волны когерентны. Формулу (3.3) теперь можно переписать так:

$$I = 2I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L \right) \right). \quad (3.4)$$

Рассмотрим условия, при выполнении которых величина освещенности, определяемая формулой (3.4), достигает максимума и минимума.

1. Максимум освещенности. $I = I_{\max} = 4I_0$, если

$$\cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L \right) = 1.$$

Это возможно, если

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

или

$$\Delta L = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.5)$$

Интерференционный максимум освещенности наблюдается тогда, когда оптическая разность хода равна целому числу длин волн.

2. Минимум освещенности. $I = I_{\min} = 0$, если

$$\cos \left(\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L \right) = -1.$$

$$k = \frac{\omega}{v}.$$

Это возможно, если

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = (2m+1)\pi, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

или

$$\Delta L = (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (3.6)$$

Интерференционный минимум освещенности наблюдается тогда, когда оптическая разность хода равна нечётному числу длин половин.

Отметим, что в обоих рассмотренных случаях в качестве длины волны рассматривается длина волны в вакууме. Изменение скорости света в среде учитывается путем рассмотрения оптической длины луча вместо геометрической.

Основные выводы.

1. *Максимум освещенности при интерференции наблюдается, если оптическая разность хода двух когерентных волн равна целому числу длин волны в вакууме.*
2. *Минимум освещенности при интерференции наблюдается, если оптическая разность хода двух когерентных волн равна нечетному числу половин длины волны света в вакууме.*

3.7. Положение максимумов и минимумов освещенности в опыте Юнга

В опыте Юнга (рис. 45) источниками когерентных волн S_1 и S_2 являются два отверстия (щели) в непрозрачном экране, на которые падает свет от одного источника. Расстояние между отверстиями d не может быть большим, иначе нарушится условие когерентности волн. Расстояние до экрана $L \gg d$.

В опыте Юнга в центре интерференционной картины на экране (точка O на рис. 45) всегда наблюдается максимум освещенности. Это объясняется тем, что разность хода лучей, исходящих из точек S_1 и S_2 и приходящих в точку O , равна нулю, потому что длины отрезков S_1O и S_2O равны. Определим положение интерференционных максимумов на экране, то есть найдем расстояние u_m от центрального максимума интерференционной картины до максимума освещенности номер m .

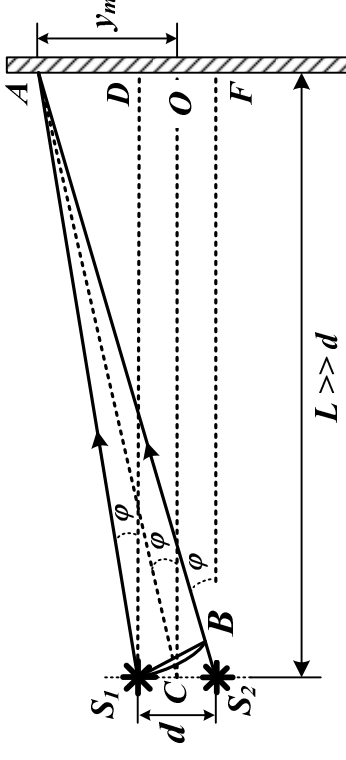


Рис. 45. Оптическая схема опыта Юнга

Пусть максимум освещенности находится в точке A . Тогда оптическая разность хода между лучами S_1A и S_2A должна быть равна целому числу длин волн. Для максимума номер m должно выполняться условие

$$\Delta L = m\lambda.$$

В данном случае оптическая разность хода совпадает с геометрической и равна разности длин отрезков S_1A и S_2A :

$$\Delta L = |S_2A| - |S_1A|.$$

S_1B – дуга окружности с центром в точке A . В опыте Юнга $L \gg d$, расстояние от источников света до экрана значительно превышает расстояние между источниками, поэтому можно считать, что длина отрезка S_1B равна длине дуги окружности S_1B . В то же время можно считать, что хорда S_1B и касательная к этой окружности совпадают. Следовательно, отрезок S_1B перпендикулярен прямой S_2A .

$\angle S_2S_1B = \angle AS_2F = \varphi$, как углы с перпендикулярными сторонами. Так как $L \gg d$, можно с высокой степенью точности считать, что $\angle AS_2F \approx \angle ACO \approx \angle AS_1D \approx \varphi$. Можно говорить, что тот или иной интерференционный максимум или минимум виден из точки C под углом φ .

Треугольник S_2S_1B можно считать прямоугольным, так как S_1B можно рассматривать в качестве касательной к окружности,

а S_2A – как радиус той же окружности. Отсюда следует, что оптическая разность хода между лучами, приходящими в точку наблюдения A из источников S_1 и S_2

$$\Delta L = |S_2B| = d \sin \varphi.$$

Для того, чтобы в точке A наблюдался интерференционный максимум освещенности, должно выполняться условие (3.5), то есть,

$$\Delta L = d \sin \varphi = m\lambda, \quad (3.7)$$

где m – целое число. Формула (3.7) определяет положение интерференционных максимумов освещенности в опыте Юнга.

Определим положение интерференционных минимумов на экране. Пусть минимум находится в точке A . Тогда, согласно условию (3.6), оптическая разность хода между лучами S_1A и S_2A должна быть равна нечётному числу длин полувольт:

$$\Delta L = d \sin \varphi = (2m+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.8)$$

Здесь m – также целое число.

Итак, условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов в опыте Юнга определяются формулами (3.7) и (3.8). Пользуясь этими формулами, можно рассчитать расстояние от центра интерференционной картины до соответствующей светлой или темной полосы на экране в опыте Юнга. Так как $L \gg d$, угол мал, следовательно $\sin \varphi \approx \operatorname{tg} \varphi \approx \varphi$. Из треугольника AOC

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{y}{L} \approx \sin \varphi.$$

Подставим полученное выражение для $\sin \varphi$ в формулу (3.7) и получим для расстояния от середины интерференционной картины до максимума номер m на экране

$$y_m = \frac{m\lambda L}{d}. \quad (3.9)$$

Аналогично для минимума освещенности из условия (3.8) получим

$$y_m = \frac{(2m+1)\lambda L}{2d}. \quad (3.10)$$

Положения интерференционных максимумов и минимумов в эксперименте с бипризмой Френеля (рис. 43) определяются так же, как и в опыте Юнга. Различие состоит только том, что в качестве расстояния между источниками света d выбирается расстояние между мнимыми источниками, являющимися изображениями источника S .

В опыте с зеркалом Ллойда (рис. 41) в качестве расстояния между источниками света следует рассматривать расстояние между источником света S и его изображением S_1 в плоском зеркале. Кроме того, в результате отражения от зеркала, фаза световых колебаний в луче S_1A изменится на π (см. параграф 2.1 настоящего пособия). Это означает, что для определения оптической длины луча S_1A (рис.41) к его геометрической длине следует прибавить или вычесть величину $\lambda/2$. Фаза световых колебаний изменяется на π при прохождении волной именно такого расстояния. Это приведет к изменениям в выражениях, определяющих положения минимумов и максимумов интерференционной картины.

Запишем условие наблюдения максимума (3.5):

$$\Delta L = m\lambda, \quad m = 0, 1, 2, 3, \dots$$

При вычислении оптической разности хода к геометрической разности хода, определяемой так же, как в опыте Юнга, нужно добавить половину длины волны:

$$\Delta L = d \sin \varphi + \frac{\lambda}{2}.$$

Подставим это выражение в условие наблюдения интерференционного максимума и получим

$$d \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

откуда

$$d \sin \varphi = (2m-1) \frac{\lambda}{2}.$$

Теперь в правой части уравнения, определяющего положение интерференционных максимумов, в отличие от опыта Юнга, стоит нечетное число полуволн. При описании опыта Юнга аналогичное условие (3.8) определяло положение интерференционных минимумов.

Точно так же при определении положения интерференционных минимумов в опыте с зеркалом Ллойда при вычислении оптической длины мы должны прибавить $\lambda/2$ к длине одного из лучей. В результате для интерференционного минимума мы получим

$$d \sin \varphi + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

$$d \sin \varphi = m\lambda.$$

Но теперь эта формула соответствует условию наблюдения интерференционного минимума, а не максимума, как в опыте Юнга. Рассмотренный нами пример наглядно показывает, насколько важно правильно учитывать условия распространения световых волн и, в частности, условия их отражения от различных поверхностей.

В опыте с двойным зеркалом Френеля (рис.42) оба луча испытывают отражения от зеркала, следовательно, при вычислении оптической длины каждого луча мы должны будем прибавить $\lambda/2$. В результате оптическая длина каждого луча возрастет на $\lambda/2$, а оптическая разность хода лучей останется такой же, как в опыте Юнга, то есть будет равна геометрической разности хода. Для опыта с двойным зеркалом Френеля, как и в опыте с бипризмой Френеля, для определения положения минимумов и максимумов освещенности можно пользоваться формулами, полученными для опыта Юнга. При этом в качестве расстояния между источниками света следует рассматривать расстояние между мнимыми источниками S_1 и S_2 (рис. 42).

Основные выводы.

1. Максимум освещенности при наблюдении интерференции в опыте Юнга наблюдается при выполнении условия

$$d \sin \varphi = m\lambda,$$

где d – расстояние между щелями, m – целое число, λ – длина волны света, угол φ определяет направление на максимум от источников света.

2. Минимум освещенности при наблюдении интерференции в опыте Юнга наблюдается, если

$$d \sin \varphi = (2m - 1) \frac{\lambda}{2},$$

где d – расстояние между щелями, m – целое число, λ – длина волны света, угол φ определяет направление на максимум от источников света.

3. Рассматривая другие эксперименты по наблюдению интерференции, следует использовать общие условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов (3.5) и (3.6) и учитывать все факторы, влияющие на величину оптической разности хода, в частности, условия отражения волн.

3.8. Интерференция в тонких пленках. Полосы равного наклона

Явление интерференции света в тонких пленках наблюдать очень легко, для этого не требуется специальное оборудование или приборы. Достаточно опустить в мыльный раствор проволочную рамку, и поднести к свету образовавшуюся мыльную пленку. Пленка окрасится в радужные цвета. Аналогичное явление можно наблюдать при освещении белым светом тонкой масляной плёнки на поверхности воды. Масляная пленка также окрасится во все цвета радуги. Интерференцию света в тонких плёнках можно наблюдать как в отражённом, так и в проходящем свете. Интересно, что вид интерференционной картины для мыльной пленки, расположенной вертикально, и горизонтальной масляной пленки на воде будет различаться.

Наблюдение интерференции в отраженном свете.
Рассмотрим случай наблюдения интерференции в отражённом

свете. Пусть на поверхности некоторого прозрачного вещества нанесена тонкая прозрачная пленка и из внешней среды на пленку падает параллельный пучок монохроматического света (рис. 46). Толщина пленки h . Угол падения пучка света на пленку равен α . Интерференционная картина, наблюдаемая в этом случае, называется *полосами равного наклона*. Показатель преломления среды равен n_1 . Показатель преломления материала пленки n_2 , а показатель преломления прозрачного вещества, на которое нанесена пленка n_3 . Рассмотрим случай, когда

$$n_1 < n_2 < n_3.$$

Такое соотношение показателей преломления соответствует ситуации, когда свет из воздуха падает на масляную пленку, находящуюся на поверхности воды. Такое же соотношение показателей преломления наблюдается, когда на стеклянную поверхность объектива нанесено «просветляющее» полимерное покрытие.

Рассмотрим два луча из пучка (лучи 1 и 2 на рис. 46). Они заведомо когерентны, так как идут из одного источника. Луч 1 преломляется в точке A , проходит в пленку, отражается от её нижней границы в точке D и снова выходит в среду с показателем n_1 в точке C . Луч 2 отражается от поверхности пленки в точке C . Далее лучи 1 и 2 распространяются вдоль одной прямой, в результате чего и наблюдается интерференция.

Напомним, что интерференционный максимум освещенности наблюдается, когда оптическая разность хода между двумя когерентными лучами равна целому числу волн, а интерференционный минимум – когда оптическая разность хода между лучами равна нечетному числу полуволн. Найдём оптическую разность хода между лучами 1 и 2. Эта разность хода

$$\Delta L = L_1 - L_2, \quad (3.11)$$

где L_1 – оптическая длина первого луча, L_2 – оптическая длина второго луча. До того, как первый луч дошел до точки A , а второй – до точки B , разность хода между ними отсутствовала. Поэтому при вычислении оптической разности хода нам

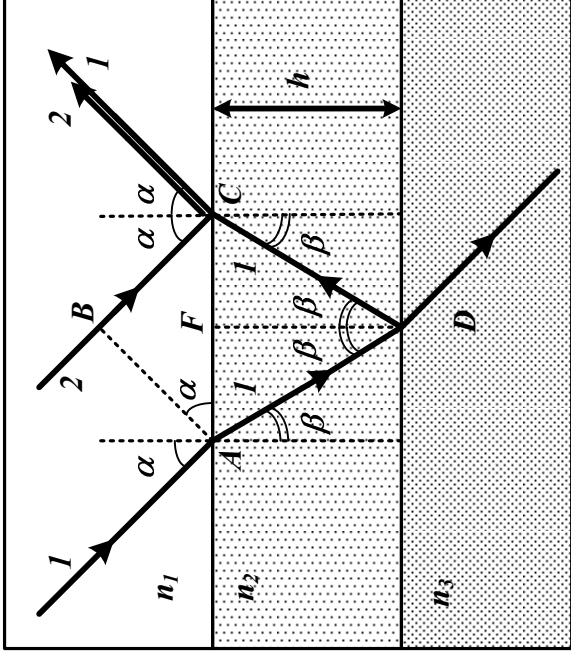


Рис. 46. Ход лучей при наблюдении интерференции в тонкой пленке в отраженном свете

достаточно учесть оптические длины лучей на участках BC (для луча 2) и ADC (для луча 1). В этом случае

$$L_1 = n_2 |AD| + \frac{\lambda}{2} + n_2 |DC|. \quad (3.12)$$

Здесь $|AD|$ – длина отрезка AD , $|DC|$ – длина отрезка DC . Величина $\lambda/2$ добавлена потому, что в точке D луч 1 испытывает отражение от оптически более плотной среды, а в таком случае фаза волны изменяется на $\pi/2$. В случае, когда показатель преломления $n_3 < n_2$, добавлять $\lambda/2$ к оптической длине первого луча не нужно.

Оптическая длина второго луча

$$L_2 = n_1 |BC| + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.13)$$

Здесь $|BC|$ – длина отрезка BC . Величина $\lambda/2$ добавлена потому, что в точке C луч 2 испытывает отражение от оптически более плотной среды. Подставим найденные выражения для оптических длин лучей L_1 и L_2 в формулу для оптической разности хода (3.11).

$$\begin{aligned} \Delta L &= L_1 - L_2 = n_2 |AD| + \frac{\lambda}{2} + n_2 |DC| - n_1 |BC| - \frac{\lambda}{2} = \\ &= n_2 |AD| + n_2 |DC| - n_1 |BC|. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Длины отрезков AD и DC равны, $|AD| = |DC|$, поэтому оптическая разность хода

$$\Delta L = 2n_2 |AD| - n_1 |BC|, \quad (3.14)$$

Найдем длины отрезков AD и AB . Из рис. 46 видно, что

$$|AD| = \frac{h}{\cos \beta}.$$

Для того, чтобы найти величину $\cos \beta$, используем закон преломления света и общеизвестное соотношение из тригонометрии, согласно которому $\sin^2 \beta + \cos^2 \beta = 1$. Как следует из закона Снеллиуса, отношение синуса угла падения к синусу угла преломления

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}.$$

Отсюда

$$\sin \beta = \frac{\sin \alpha}{n_{21}};$$

$$\cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta} = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_{21}^2}} = \frac{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}}{n_{21}}.$$

Теперь

$$|AD| = \frac{n_{21} h}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (3.15)$$

Длину отрезка BC найдем, рассмотрим прямоугольный треугольник ABC на рис. 46. В этом треугольнике угол ABC

прямой, поскольку AB – волновая поверхность. $\angle BCA = \frac{\pi}{2} - \alpha$,

где α – угол падения лучей. Так как сумма углов треугольника равна π , $\angle BAC = \alpha$. Поэтому длина отрезка BC

$$|BC| = |AC| \sin \alpha = 2 |AF| \sin \alpha.$$

Длина отрезка FD равна толщине пленки h , поэтому

$$|AF| = |FD| \operatorname{tg} \beta = h \operatorname{tg} \beta.$$

Для того чтобы найти $\operatorname{tg} \beta$, используем три очевидных равенства:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\sin \beta}{\cos \beta}, \quad \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = n_{21}, \quad \cos \beta = \sqrt{1 - \sin^2 \beta}.$$

В результате получим

$$|AF| = h \operatorname{tg} \beta = h \frac{\sin \beta}{\cos \beta} = h \frac{\sin \alpha}{n_{21}} \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n_{21}^2}}} = \frac{h \sin \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}}.$$

Теперь длину отрезка BC можно выразить как

$$|BC| = \frac{2h \sin^2 \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}}, \quad (3.16)$$

а оптическая длина второго луча равна

$$L_2 = n_1 |BC| + \frac{\lambda}{2} = \frac{2h n_1 \sin^2 \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} + \frac{\lambda}{2}.$$

Подставим теперь найденные выражения для длин отрезков AD и BC (3.15) и (3.16) в формулу для разности хода лучей (3.14).

$$\begin{aligned} \Delta L &= 2n_2 |AD| - n_1 |BC| = 2n_2 \frac{n_{21} h}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} - n_1 \frac{2h \sin^2 \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} = \\ &= 2n_1 n_{21} \frac{n_{21} h}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} - 2n_1 \frac{h \sin^2 \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} = \end{aligned}$$

$$= 2n_1 h \frac{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} = 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}.$$

Таким образом, оптическая разность хода между интерферирующими волнами равна

$$\Delta L = 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}, \quad (3.17)$$

где n_1 – абсолютный показатель преломления среды, из которой луч падает на пленку, $n_{21} = n_2/n_1$, а n_2 – абсолютный показатель преломления материала пленки, h – толщина пленки, α – угол падения света на пленку.

Интерференционный максимум наблюдается, если оптическая разность хода интерферирующих лучей равна целому числу длин волн излучения,

$$\Delta L = m\lambda,$$

m – целое число, включая ноль, λ – длина волны. Таким образом, при отражении света от пленки, показатель преломления вещества которой меньше показателя преломления вещества, на которое эта пленка нанесена, интерференционные максимумы будут наблюдаться при выполнении условия

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda. \quad (3.18)$$

При одинаковой толщине пленки h под разными углами α будут наблюдаться максимумы интенсивности излучения с различными длинами волн. Поэтому, если на поверхность пленки падает белый свет, состоящий из волн с различной длиной, мы будем наблюдать чередующиеся максимумы интенсивности излучения различных цветов, образующие радужную окраску пленки.

Интерференционный минимум интенсивности излучения наблюдается, если оптическая разность хода интерферирующих лучей равна нечетному числу длин полуволен излучения,

$$\Delta L = (2m + 1) \frac{\lambda}{2},$$

m – целое число, включая ноль, λ – длина волны. Таким образом, при отражении света от пленки, показатель преломления вещества которой меньше показателя преломления вещества, на

которое эта пленка нанесена, интерференционные минимумы будут наблюдаться при выполнении условия

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.19)$$

Если мы рассматриваем лучи, падающие из воздуха на поверхность пленки, то абсолютный показатель преломления воздуха n_1 можно считать равным единице. Относительный показатель преломления материала пленки n_{21} в этом случае равен абсолютному, так как при $n_1 = 1$ $n_{21} = n_2/n_1 = n_2$. Для лучей, падающих из воздуха, формулы (3.18) и (3.19) можно переписать так:

$$2h \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda, \quad (3.20)$$

$$2h \sqrt{n_2^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.21)$$

Формула (3.20) определяет условие наблюдения интерференционного максимума, а формула (3.21) – минимума. В таком виде условия наблюдения интерференционных минимумов и максимумов можно записать, например, для масляной пленки на воде или для тонких полимерных пленок, наносимых на стекло.

В формулы (3.18) – (3.21) не входит значение показателя преломления вещества, на которое нанесена пленка, однако неправильно было бы считать, что от этого параметра условия наблюдения минимумов и максимумов не зависят. Чтобы понять, как показатель преломления вещества, на которое нанесена пленка, влияет на эти условия, вернемся к определению оптической разности хода между лучами 1 и 2, но в отличие от рассмотренного ранее случая будем считать, что показатель преломления среды, на которую нанесена пленка n_3 , меньше показателя преломления материала пленки n_2 ,

$$n_1 < n_2 > n_3.$$

Такое соотношение показателей преломления соответствует случаю, когда тонкая пленка из прозрачного вещества, например, мыльная пленка, находится в воздухе.

В этом случае изменится выражение для оптической длины первого луча (рис. 46), хотя его геометрическая длина не изменится. Теперь отражение в точке D происходит от оптически менее плотной среды и, при отражении фаза волны не изменяется. Следовательно, добавлять $\lambda/2$ к оптической длине луча не нужно. В результате вместо формулы (3.12) для оптической длины первого луча получим

$$L_1 = n_2 |AD| + n_2 |DC|. \quad (3.22)$$

В то же время выражение (3.13) для оптической длины второго луча останется справедливым, так как условия отражения в точке C не изменились.

В результате выражение для оптической разности хода лучей изменится. Вместо формулы (3.14) мы получим

$$\begin{aligned} \Delta L &= L_1 - L_2 = n_2 |AD| + n_2 |DC| - n_1 |BC| - \frac{\lambda}{2} = \\ &= n_2 |AD| + n_2 |DC| - n_1 |BC| - \frac{\lambda}{2}. \\ \Delta L &= 2n_2 |AD| - n_1 |BC| - \frac{\lambda}{2}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Длины отрезков AD и BC по-прежнему вычисляются по формулам (3.15) и (3.16). Подставим эти выражения в формулу (3.23):

$$\begin{aligned} \Delta L &= 2n_2 \frac{\frac{n_2}{n_1} h}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} - n_1 \frac{2h \sin^2 \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} - \frac{\lambda}{2} = \\ &= 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Таким образом, оптическая разность хода между интерферирующими волнами в данном случае равна

$$\Delta L = 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.24)$$

Интерференционный максимум наблюдается, если оптическая разность хода интерферирующих лучей $\Delta L = m\lambda$, поэтому в данном случае

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

откуда условие наблюдения интерференционного максимума можно записать так:

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.24)$$

Если мы сравним полученную формулу с условиями наблюдения интерференционных максимумов и минимумов (3.18) и (3.19) для случая, когда $n_1 < n_2 < n_3$, то увидим, что условие наблюдения максимума в данном случае совпадает с условием наблюдения минимума (3.19).

Интерференционный минимум наблюдается, если оптическая разность хода интерферирующих лучей $\Delta L = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$. В данном случае

$$\begin{aligned} 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} - \frac{\lambda}{2} &= (2m+1) \frac{\lambda}{2}, \\ 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} &= (2m+2) \frac{\lambda}{2}, \end{aligned}$$

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = m'\lambda, \quad m' = 0, 1, 2, \dots$$

Условие наблюдения интерференционного минимума в данном случае выглядит так

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda. \quad (3.25)$$

Здесь m – целое число, включая ноль, λ – длина волны света в вакууме. Полученная формула выглядит так же, как условие наблюдения интерференционного максимума (3.18).

Рассмотренный нами пример показывает, насколько важно правильно учитывать условия отражения волн на границах раздела при объяснении интерференции в тонких пленках.

Наблюдение интерференции в проходящем свете. Теперь рассмотрим случай наблюдения интерференции в проходящем свете. Пусть на поверхности некоторого прозрачного вещества нанесена тонкая прозрачная пленка и из внешней среды на пленку падает параллельный пучок монохроматического света (рис. 47). Толщина пленки h . Угол падения пучка света на пленку равен α . Показатель преломления среды равен n_1 . Показатель преломления материала пленки n_2 , а показатель преломления прозрачного вещества, на которое нанесена пленка, n_3 . Снова сначала рассмотрим случай, когда

$$n_1 < n_2 < n_3.$$

Рассмотрим два луча из параллельного пучка (лучи 1 и 2 на рис. 47). Они когерентны, так как идут из одного источника. При каждом падении луча на границу раздела двух сред свет частично преломляется, частично отражается (см. параграф 2.1 настоящего пособия). Луч 1 частично преломляется в точке A , проходит в пленку, частично отражается от её нижней границы в точке D и снова частично отражается в точке C . Луч 2 падает на поверхность пленки в точке C , частично отражается от поверхности пленки, частично преломляется и проходит в среду с показателем преломления n_3 . Далее лучи 1 и 2 распространяются вдоль одной прямой, в результате чего и наблюдается интерференция. В частности, интерференцию можно наблюдать на поверхности пленки в точке N .

Оптическая разность хода между лучами 1 и 2 возникает во-первых, из-за различия в геометрических длинах лучей, а во-вторых, из-за того, что первый луч испытывает отражения в точках D и C . При этом различия в геометрических длинах лучей связаны только с прохождением отрезков от точек A и B до точки C .

Оптическая длина первого луча

$$L_1 = n_2 |AD| + n_2 |DC| + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.26)$$

Величина $\lambda/2$ добавлена потому, что в точке D происходит отражение луча от оптически более плотной среды. В точке C происходит отражение от оптически менее плотной среды и фаза

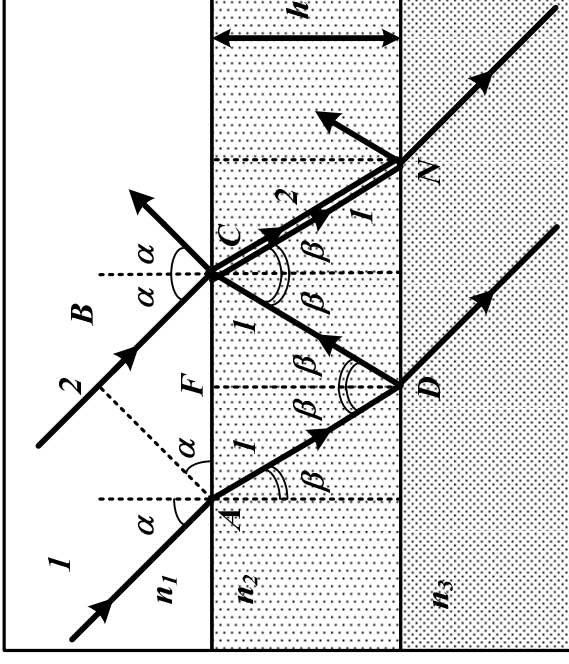


Рис. 47. Ход лучей при наблюдении интерференции в тонкой пленке в проходящем свете

волны при этом не изменяется. Оптическая длина второго луча равна

$$L_2 = n_1 |BC|. \quad (3.27)$$

Оптическая разность хода лучей равна

$$\Delta L = L_1 - L_2 = n_2 |AD| + n_2 |DC| + \frac{\lambda}{2} - n_1 |BC|.$$

$$\Delta L = 2n_2 |AD| + \frac{\lambda}{2} - n_1 |BC|. \quad (3.28)$$

Длины отрезков AD и BC были вычислены нами ранее и определяются формулами (3.15) и (3.16). Подставив эти выражения в (3.28), получим:

$$\begin{aligned} \Delta L &= 2n_2 \frac{n_2 h}{n_1 \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} - n_1 \frac{2h \sin^2 \alpha}{\sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha}} + \frac{\lambda}{2} = \\ &= 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}. \end{aligned}$$

Таким образом, оптическая разность хода между интерферирующими волнами в данном случае равна

$$\Delta L = 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.29)$$

Интерференционный максимум наблюдается, если оптическая разность хода интерферирующих лучей $\Delta L = m\lambda$, поэтому в данном случае

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

откуда условие наблюдения интерференционного максимума можно записать так:

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.30)$$

Сравнивая полученный результат с условиями максимума и минимума для отраженного света (3.18) и (3.19), мы видим, что условие наблюдения максимума освещенности в проходящем свете совпадает с условием наблюдения минимума освещенности в отраженном.

Если в проходящем свете при некоторых углах падения наблюдается максимум интенсивности, то при тех же углах в отраженном свете наблюдается минимум освещенности и наоборот. Этот вывод хорошо согласуется с законом сохранения энергии. Если энергия проходящего излучения максимальна, то при тех же условиях для отраженного излучения энергия минимальна.

Интерференционный минимум наблюдается, если оптическая разность хода интерферирующих лучей $\Delta L = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$, в данном случае

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} + \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \quad (3.31)$$

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda.$$

Условие наблюдения минимума освещенности в проходящем свете совпадает с условием наблюдения максимума освещенности (3.18) в отраженном.

Если в проходящем свете при некоторых углах падения наблюдается минимум интенсивности, то при тех же углах в отраженном свете наблюдается максимум освещенности и наоборот. Этот вывод также хорошо согласуется с законом сохранения энергии.

Нетрудно догадаться, что в случае, когда показатели преломления сред связаны соотношением

$$n_1 < n_2 > n_3,$$

условие максимума освещенности при наблюдении в проходящем свете совпадает с условием (3.25) минимума при наблюдении в отраженном

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = m\lambda. \quad (3.32)$$

Наоборот, условие минимума при наблюдении интерференции в проходящем свете будет таким же, как условие наблюдения максимума (3.24) в отраженном

$$2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.33)$$

Предоставим возможность читателю доказать этот факт самостоятельно.

Основные выводы.

Обобщая все сказанное выше, можно сформулировать следующий алгоритм определения условий появления

максимумов и минимумов освещенности при наблюдении интерференции в тонких пленках в случае падения света под некоторым углом к перпендикуляру к границе раздела (наблюдение полос равного наклона).

1. Оптическая разность хода между интерферирующими лучами зависит от их оптических длин (произведение геометрической длины на показатель преломления среды, в которой распространяется свет) и от условий отражения лучей на границах раздела.

2. Вклад в оптическую разность хода только от оптических длин лучей (без учета граничных условий) вычисляется по одинаковой формуле, как для отраженных, так и для проходящих лучей

$$L' = 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha},$$

где h – толщина пленки, n_1 – абсолютный показатель преломления среды, откуда падает свет, $n_{21} = n_2/n_1$ – относительный показатель преломления материала пленки, n_2 – абсолютный показатель преломления материала пленки, α – угол падения.

3. Вклад в оптическую разность хода от процессов отражения лучей на границах раздела следует определять по формуле

$$L'' = (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2},$$

где k_1 – число отражений первого луча от границы раздела с оптически более плотной средой, k_2 – число отражений второго луча от границы раздела с оптически более плотной средой.

4. Суммарная оптическая разность хода равна

$$\Delta L = L' + L'' = 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2}.$$

5. Условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов:

$$\text{максимум: } 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad (3.34)$$

$$\text{минимум: } 2n_1 h \sqrt{n_{21}^2 - \sin^2 \alpha} + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2} = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.35)$$

3.9. Интерференция в тонких пленках. Полосы равной толщины

Пусть на поверхности некоторого прозрачного вещества нанесена тонкая прозрачная пленка постоянной толщины и из внешней среды на пленку перпендикулярно ее поверхности падает параллельный пучок монохроматического света (рис. 48). В этом случае в проходящем и в отраженном свете наблюдается интерференционная картина, которая называется *полосами равной толщины*. Изменение освещенности полосы или ее цвета, если наблюдение ведется в белом свете, в данном случае связано только с изменением толщины пленки.

Показатель преломления среды, откуда падает свет, равен n_1 . Показатель преломления материала пленки n_2 , а показатель преломления прозрачного вещества, на которое нанесена пленка, n_3 . Толщина пленки h . Угол падения α пучка света на пленку в этом случае равен нулю.

Мы рассматриваем сейчас интерференцию отраженного от пленки света. Луч 1 (рис. 48) падает из среды с показателем преломления n_1 на поверхность пленки с показателем преломления n_2 в точке A . Здесь он частично отражается, а частично проходит внутрь пленки. Луч, возникший после отражения в точке A , назовем лучем 2. Луч, прошедший внутрь пленки отражается от границы пленки и среды с показателем преломления n_3 в точке B , где он снова частично отражается, а частично проходит в среду с показателем преломления n_3 . Луч, отраженный в точке B , снова попадает в точку A , где и происходит его наложение на луч 2. Распространение света на участках AB и BA происходит вдоль одной прямой. На рис. 48 эти линии для наглядности немного разнесены.

Рассмотрим случай, когда $n_1 < n_2 < n_3$. Такое соотношение показателей преломления соответствует, например, нанесению «просветляющей» пленки на объектив фотоаппарата. Оптическая длина луча 1 равна

$$L_1 = n_2 |AB| + n_2 |BA| + \frac{\lambda}{2}.$$

Величина добавлена потому, что в точке В происходит отражение от оптически более плотной среды (в данном случае $n_2 < n_3$). Оптическая длина луча 2

$$L_2 = \frac{\lambda}{2}.$$

Луч 2 приходит в точку А и там отражается от оптически более плотной среды ($n_1 < n_2$). Оптическая разность хода между лучами 1 и 2 в данном случае составляет

$$\Delta L = L_1 - L_2 = 2n_2 |AB| = 2n_2 h. \quad (3.36)$$

Для того, чтобы в точке А наблюдался интерференционный максимум, должно выполняться условие (3.5) $\Delta L = m\lambda$, откуда следует, что

$$2n_2 h = m\lambda. \quad (3.37)$$

Отсюда толщина пленки, для которой в отраженном свете наблюдается интерференционный максимум, равна

$$h_m = \frac{m\lambda}{2n_2}. \quad (3.38)$$

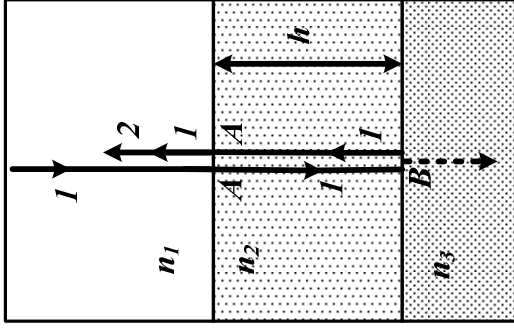


Рис. 48. Ход лучей при наблюдении полос одинаковой толщины в отраженном свете

Здесь m – целое число, поэтому толщина пленки будет наименьшей, если $m = 1$.

Максимальное ослабление света (интерференционный минимум) наблюдается при выполнении условия (3.6)

$$\Delta L = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \text{ следовательно}$$

$$2n_2 h = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.39)$$

Толщина пленки, при которой наблюдается минимум освещенности в отраженном свете

$$h_{m+1} = \frac{(2m + 1) \lambda}{2n_2}. \quad (3.40)$$

Наименьшей толщина пленки, отражаясь от которой свет ослабляется, будет при $m = 0$.

Теперь получим условия наблюдения максимумов и минимумов освещенности (полос разной толщины) в проходящем свете при соотношении показателей преломления

$$n_1 < n_2 < n_3.$$

Ход интерферирующих лучей показан на рис. 49. Луч 1 падает из среды с показателем преломления n_1 , в точке А, проходит сквозь пленку и выходит из нее в точке В. Луч 2 также падает на поверхность пленки в точке, проходит сквозь пленку, отражается от границы раздела со средой с показателем преломления n_3 , возвращается в точку А, снова отражается, но теперь от границы раздела со средой n_1 , возвращается в преломления n_1 , возвращается в

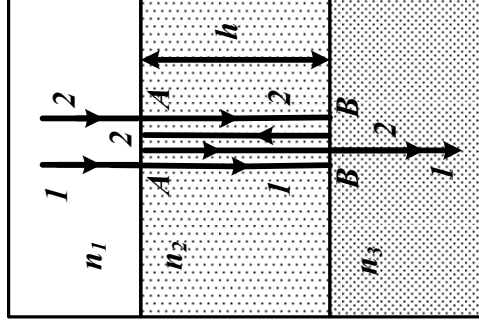


Рис. 49. Ход лучей при наблюдении полос одинаковой толщины в проходящем свете

точку В и выходит из пленки. Со стороны среды с показателем преломления n_3 мы наблюдаем интерференционную картину. На самом деле внутри пленки лучи 1 и 2 распространяются в обоих направлениях вдоль одной прямой. На рисунке они разнесены для большей наглядности.

Определим оптические длины лучей 1 и 2, L_1 и L_2 , а также разность хода между этими лучами ΔL .

$$L_1 = n_2 |AB|.$$

$$L_2 = n_2 |AB| + \frac{\lambda}{2} + n_2 |AB| + n_2 |AB|.$$

Величина $\lambda/2$ добавлена к оптической длине луча 2 потому, что отражение луча в точке В происходит от оптически более плотной среды. При отражении в точке А добавлять $\lambda/2$ не следует, так как в этом случае отражение происходит от оптически менее плотной среды. Учтывая, что $|AB| = h$, получаем

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 2n_2 h + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.41)$$

Если мы сравним это выражение для оптической разности хода с выражением (3.36), полученным для случая наблюдения интерференции в отраженном свете, то увидим, что различие между этими формулами состоит только в наличии слагаемого $\lambda/2$ в формуле (3.41). Такое различие связано с разным числом отражений луча от оптически более плотной среды. Вследствие этого изменяется и условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов.

Условие наблюдения максимума $\Delta L = m\lambda$, откуда следует, что:

$$\begin{aligned} 2n_2 h + \frac{\lambda}{2} &= m\lambda, \\ 2n_2 h &= (2m - 1) \frac{\lambda}{2}. \end{aligned} \quad (3.42)$$

Отметим, что условие наблюдения интерференционного максимума в проходящем свете (3.42) выглядит, как условие (3.39) наблюдения минимума в отраженном свете.

Условие наблюдения минимума $\Delta L = (2m + 1) \frac{\lambda}{2}$, следовательно,

$$\begin{aligned} 2n_2 h + \frac{\lambda}{2} &= (2m + 1) \frac{\lambda}{2}, \\ 2n_2 h &= m\lambda. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Условие наблюдения интерференционного минимума в проходящем свете (3.43) совпадает с условием (3.37) наблюдения максимума в отраженном свете. Из условий (3.42) и (3.43) можно получить формулы для толщины пленки, при которой наблюдаются интерференционные максимумы и минимумы.

При других соотношениях между величинами показателей преломления n_1 , n_2 и n_3 условия наблюдения интерференционных минимумов и максимумов можно получить следующим образом.

Оптическую разность хода между двумя лучами представим как сумму вкладов от прохождения лучей через пленку L' и вклада от граничных условий при отражении лучей на границах раздела сред L'' . При этом вклад в оптическую разность хода от разности оптических длин лучей

$$L' = 2n_2 h.$$

Вклад в оптическую разность хода от процессов отражения лучей на границах

$$L'' = (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2},$$

где k_1 – число отражений первого луча от границы раздела с оптически более плотной средой, k_2 – число отражений второго луча от границы раздела с оптически более плотной средой. Напомним, что при отражении луча от оптически менее плотной среды фаза волны не изменяется.

Оптическая разность хода

$$\Delta L = L' + L'' = 2n_2 h + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2}.$$

Для наблюдения интерференционного максимума оптическая разность хода должна быть $\Delta L = m\lambda$, поэтому максимум освещенности будет наблюдаться при условии

$$2n_2 h + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2} = m\lambda.$$

Для наблюдения интерференционного минимума оптическая разность хода должна быть $\Delta L = (2m+1) \frac{\lambda}{2}$, поэтому минимум освещенности будет наблюдаться при условии

$$2n_2 h + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}.$$

Основные выводы

Сформулируем алгоритм, пользуясь которым можно определить условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов освещенности при наблюдении интерференции в тонких пленках в случае падения света перпендикулярно границе раздела (наблюдение *полос равной толщины*). Этот алгоритм аналогичен тому, который мы сформулировали для полос равного наклона.

1. *Оптическая разность хода между интерферирующими лучами зависит от их оптических длин (произведение геометрической длины на показатель преломления среды, в которой распространяется свет) и от условий отражения лучей на границах раздела.*

2. *Вклад в оптическую разность хода только от оптических длин лучей (без учета граничных условий) вычисляется по одинаковой формуле, как для отраженных, так и для проходящих лучей*

$$L' = 2n_2 h,$$

где h – толщина пленки, n_1 – абсолютный показатель преломления среды, откуда падает свет, $n_{21} = n_2/n_1$ –

относительный показатель преломления материала пленки, n_2 – абсолютный показатель преломления материала пленки, α – угол падения.

3. *Вклад в оптическую разность хода от процессов отражения лучей на границах раздела следует определять по формуле*

$$L'' = (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2},$$

где k_1 – число отражений первого луча от границы раздела с оптически более плотной средой, k_2 – число отражений второго луча от границы раздела с оптически более плотной средой.

4. *Суммарная оптическая разность хода равна*

$$\Delta L = L' + L'' = 2n_2 h + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2}.$$

5. *Условия наблюдения интерференционных максимумов и минимумов:*

$$\text{максимум} \quad 2n_2 h + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2} = m\lambda, \quad (3.44)$$

$$\text{минимум} \quad 2n_2 h + (k_1 - k_2) \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}. \quad (3.45)$$

3.10. Кольца Ньютона

Если на стеклянную пластину положить линзу и осветить ее сверху монохроматическим параллельным пучком световых лучей, то, наблюдая в отраженном свете или в проходящем свете, можно увидеть перераспределение интенсивности излучения, подобное тому, что показано на рис. 34. Светлые и темные области представляют собой чередующиеся концентрические окружности. Такая картина называется «*кольцами Ньютона*». Если наблюдать кольца Ньютона в белом свете, то кольца будут окрашены во все цвета радуги. Такая картина является результатом интерференции световых волн.

Для того, чтобы объяснить возникновение интерференционной картины, рассмотрим ход лучей при наблюдении в отражённом свете. Для этого обратимся к рис. 50. На рисунке изображена плоская пластинка P и плоско-выпуклая линза L . R – радиус кривизны преломляющей поверхности линзы; h – толщина зазора между линзой и пластинкой. Толщина зазора различна в разных точках преломляющей пластинки и зависит от расстояния до центра преломляющей сферической поверхности линзы. Это расстояние на рисунке обозначено буквой r . Зазор между пластинкой и линзой заполнен прозрачным веществом с показателем преломления n . В частном случае, когда этот зазор заполнен воздухом, показатель преломления n можно считать очень близким к единице.

Рассмотрим случай, когда **показатель преломления среды между пластинкой и линзой меньше, чем показатель преломления стекла** ($n < n_c$). Луч 1 падает на сферическую

поверхность линзы и при выходе из стекла преломляется на этой поверхности, затем он проходит некоторое расстояние в среде между линзой и пластинкой, частично отражается от плоской поверхности пластинки, частично преломляется на этой поверхности и проходит внутрь пластинки. Если мы наблюдаем интерференционную картину в отражённом свете, то нас интересует волна, отразившаяся от пластинки. Она снова прелом-

ляется на поверхности линзы и после этого распространяется в направлении, противоположном падающему лучу. Обозначим этот отражённый луч 1'.

Луч 2 частично отражается от сферической поверхности линзы, частично преломляется на ней и проходит далее. Нас интересует та часть луча 2, которая отразилась от поверхности линзы и распространяется в направлении, противоположном падающему лучу. Этот луч обозначим 2'. Лучи 1' и 2' исходят из одного источника, поэтому они являются когерентными. При наложении этих когерентных лучей возникает перераспределение интенсивности излучения, то есть интерференция. Как известно, величина интенсивности излучения в той или иной точке интерференционной картины зависит от разности хода интерферирующих лучей.

Для объяснения и описания наблюдаемой интерференционной картины мы прежде всего должны найти оптическую разность хода между лучами 1' и 2'. Затем мы определим, в каких точках пространства выполняются условия минимума интенсивности излучения и наблюдаются тёмные кольца, а в каких точках выполняются условия максимума интенсивности излучения и наблюдаются светлые кольца. Так мы определим радиусы тёмных и светлых колец.

Приступаем к определению оптической разности хода между лучами 1' и 2'. Для этого воспользуемся рис. 51. На этом рисунке луч 1 преломляется в точке A , проходит в зазор между линзой и пластинкой, отражается от пластинки в точке B и попадает в точку C . Луч 2 отражается в точке C . Разность хода между лучами возникает в результате того, что луч 1

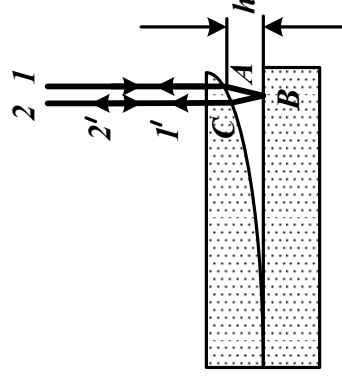


Рис. 51. К определению оптической разности хода отраженных лучей

проходит через зазор и отражается от пластины в точке B , в то время как луч 2 только отражается в точке C . Отметим, что точки A и C находятся на поверхности линзы очень близко друг к другу. Разность хода равна разности оптических длин лучей:

$$\Delta L = L_1 - L_2.$$

Оптическая длина первого луча

$$L_1 = n(AB) + n(BC) + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.46)$$

Здесь n – абсолютный показатель преломления среды между линзой и пластиной. Величину $\lambda/2$ мы добавили потому, что в точке B волна отражается от пластины. Мы считаем, что показатель преломления среды между пластиной и линзой меньше, чем показатель преломления стекла. Если это не так, и отражение в точке B происходит от оптически менее плотной среды, то добавлять $\lambda/2$ к оптической разности хода не следует.

Оптическая длина второго луча

$$L_2 = 0.$$

В точке C происходит отражение луча, но это отражение от оптически менее плотной среды и при таком отражении фаза волны не изменяется, следовательно, добавлять половину волны к оптической длине луча не нужно. Величину следовало бы добавить, если бы отражение в точке C происходило от оптически более плотной среды. Теперь

$$\Delta L = L_1 - L_2 = n(AB) + n(BC) + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.47)$$

Точки A и C лежат очень близко друг к другу, их положение почти совпадает, поэтому можно считать, что длины отрезков AB и BC одинаковы и равны толщине зазора h . Поэтому

$$\Delta L = n(AB) + n(BC) + \frac{\lambda}{2} = 2nh + \frac{\lambda}{2}. \quad (3.48)$$

Для того, чтобы наблюдался максимум освещенности, необходимо, чтобы разность хода двух когерентных лучей составила

$$\Delta L = m\lambda,$$

где λ – длина волны излучения, m – целое число (включая ноль). В нашем случае должно выполняться условие

$$2nh + \frac{\lambda}{2} = m\lambda.$$

Из этого условия определим возможные значения толщины зазора между пластиной и линзой, при которых в отраженном свете наблюдается максимум интенсивности света:

$$h = \frac{1}{2n} \left(m\lambda - \frac{\lambda}{2} \right).$$

Здесь m – целые числа.

Радиус светлого кольца определим из геометрических соображений (рис. 50). Рассмотрим прямоугольный треугольник OCD , в котором катет CD является радиусом светлого в отраженном свете кольца. Согласно теореме Пифагора

$$(OC)^2 = (CD)^2 + (OD)^2.$$

Длина гипотенузы этого треугольника $OC = R$, R – радиус кривизны линзы; длина катета $OD = R - h$, поэтому

$$R^2 = r^2 + (R - h)^2.$$

Отсюда

$$R^2 = r^2 + R^2 - 2Rh + h^2,$$

$$2Rh = r^2 + h^2.$$

Толщина зазора между линзой и пластиной много меньше как радиуса кривизны линзы, так и радиуса кольца, поэтому величиной h^2 можно пренебречь по сравнению с r^2 в правой части последней формулы. Поэтому

$$r = \sqrt{2Rh}. \quad (3.49)$$

Подставим в эту формулу найденное ранее выражение для толщины зазора h :

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n} (2m-1) \frac{\lambda}{2}}, \quad (3.50)$$

где m – целое число, ($m = 1, 2, 3, \dots$). По формуле (3.50) можно определить радиусы светлых колец Ньютона в отраженном монохроматическом свете с длиной волны излучения λ в случае, когда показатель преломления n среды между линзой и пластинкой меньше показателя преломления стекла. Это условие выполняется, например, когда пространство между линзой и пластинкой заполнено водой. В случае, когда между линзой и пластинкой находится воздух, можно считать $n = 1$.

Для того, чтобы найти радиусы темных колец при наблюдении интерференции в отраженном свете, потребуем, чтобы оптическая разность хода лучей (3.48) была равна нечетному числу длин полуволн, то есть, чтобы выполнялось условие наблюдения интерференционного минимума

$$\Delta L = (2m+1) \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$

$$2nh + \frac{\lambda}{2} = (2m+1) \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда после элементарных преобразований получим:

$$h = \frac{m\lambda}{n}.$$

Теперь подставим полученное выражение для h в формулу для радиуса кольца (3.49) и получим:

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n} m\lambda}, \quad (3.51)$$

Определим радиусы темных и светлых колец в проходящем свете в случае, когда показатель преломления n среды между линзой и пластинкой меньше показателя преломления стекла.

Для этого рассмотрим ход интерферирующих лучей при наблюдении колец Ньютона в проходящем свете (рис. 52). Теперь мы наблюдаем интерференцию лучей 1' и 2', прошедших

через пластинку. Луч 1' проходит сквозь линзу и пластинку, луч 2' проходит сквозь линзу, преломляется в точке С, отражается от пластинки в точке В, отражается от линзы в точке А, и далее проходит сквозь пластинку вместе с лучом 1'.

Оптическая разность хода между этими лучами равна

$$\Delta L = L_2 - L_1.$$

Оптическая длина первого луча

$$L_1 = nh, \quad (3.52)$$

так как луч один раз проходит через зазор толщиной h , заполненный веществом с показателем преломления n . Никаких отражений он не испытывает.

Оптическая длина второго луча равна

$$L_2 = 3nh + 2 \frac{\lambda}{2},$$

потому, что луч трижды (в разных направлениях) проходит область зазора между линзой и пластинкой и дважды, в точках В и А отражается от стекла, показатель преломления которого больше, чем показатель преломления вещества между линзой и пластинкой. Если мы два раза добавляем к оптической длине луча величину $\lambda/2$, то это означает, что фаза волны изменяется на 2π . Изменение фазы волны на 2π равносильно тому, что фаза волны не изменилась вовсе. Поэтому можно считать, что

$$L_2 = 3nh. \quad (3.53)$$

Оптическая разность хода между этими лучами равна

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 3nh - nh = 2nh. \quad (3.54)$$

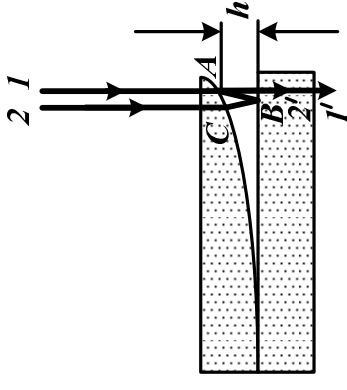


Рис. 52. К определению оптической разности хода проходящих лучей

Условие наблюдения темного кольца (интерференционного минимума освещенности) состоит в том, что оптическая разность хода лучей должна быть равна нечетному числу полуволн. Это условие можно записать так:

$$\Delta L = (2m - 1) \frac{\lambda}{2},$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$. Приравнивая правые части формулы (3.54) и условия минимума освещенности, получим

$$2nh = (2m - 1) \frac{\lambda}{2},$$

$$h = \frac{(2m - 1) \lambda}{2n}.$$

Формула (3.49) для радиуса кольца будет верна и в этом случае, поэтому подставим в нее полученное выражение для h :

$$r = \sqrt{2Rh} = \sqrt{\frac{R}{n}(2m - 1) \frac{\lambda}{2}},$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$.

Таким образом, радиус темного кольца номер m в проходящем свете можно определить по формуле

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n}(2m - 1) \frac{\lambda}{2}}. \quad (3.55)$$

Как мы видим, эта формула для радиуса темного кольца в проходящем свете полностью совпадает с формулой (3.50) для радиуса светлого кольца в отраженном свете, наблюдаемого при тех же условиях. Это совпадение формул легко объяснить с позиций сохранения энергии. Интенсивность излучения – это энергия излучения, падающая на единичную площадь в единицу времени. Если в отраженном свете интенсивность излучения достигает максимума в некоторой области, то в проходящем свете в этой же области интенсивность должна быть минимальной. Это мы и наблюдаем для колец Ньютона.

Вычислим теперь радиусы светлых колец в проходящем свете в случае, когда показатель преломления n среды между

линзой и пластинкой меньше показателя преломления стекла. Оптическая разность хода между лучами 1 и 2 (рис. 52), как и в случае темных колец, определяется формулой (3.54). Но вместо условия наблюдения интерференционного минимума мы используем условие наблюдения максимума при интерференции:

$$\Delta L = m\lambda.$$

Потребуем, чтобы оптическая разность хода между лучами была равна целому числу длин волн:

$$2nh = m\lambda,$$

откуда

$$h = \frac{m\lambda}{2n}.$$

Радиусы колец определяются формулой (3.49). Подставим в нее полученное выражение для h :

$$r = \sqrt{2Rh} = \sqrt{\frac{R}{n}m\lambda},$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$.

Таким образом, радиус светлого кольца номер m в проходящем свете можно определить по формуле

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n}m\lambda}. \quad (3.56)$$

Как и следовало ожидать, радиус светлого кольца в проходящем свете совпадает с радиусом темного кольца в отраженном. Сравните формулы (3.56) и (3.51).

Теперь рассмотрим случай, когда **прозрачность между линзой и пластинкой заполнено прозрачным веществом, абсолютный показатель преломления которого $n > n_s$** . Таким веществом может быть глицерин, показатель преломления которого равен 1,63.

Если зазор между линзой и пластинкой заполнить прозрачным веществом с показателем преломления n большим, чем показатель преломления материала линзы и пластинки

(стекла), то в сравнении с ранее рассмотренными случаями изменятся граничные условия при отражении лучей от поверхностей пластины и линзы «Геометрическая» составляющая оптической разности хода не изменится.

Рассмотрим интерференцию отраженных лучей и определим радиусы светлых и темных колец в отраженном свете. Для этого снова воспользуемся рис. 51. Оптическая длина первого луча в этом случае

$$L_1 = n(AB) + n(BC).$$

Здесь n – показатель преломления среды между линзой и пластинкой. В данном случае величина $\lambda/2$ к оптической длине луча не добавляется потому, что в точке B волна отражается от пластинки, показатель преломления которой меньше показателя преломления среды (сравните с формулой 3.47). Оптическая длина второго луча, в отличие от ранее рассмотренного случая, когда $n < n_c$

$$L_2 = \frac{\lambda}{2}.$$

Отражение в точке C происходит от среды с показателем преломления, большим, чем показатель преломления материала линзы, поэтому при отражении к оптической длине луча, равной нулю, добавлена величина $\lambda/2$. Оптическая разность хода

$$\Delta L = L_1 - L_2 = n(AB) + n(BC) - \frac{\lambda}{2} = 2nh - \frac{\lambda}{2}. \quad (3.57)$$

Светлые кольца (максимум освещенности) наблюдаются, если $\Delta L = m\lambda$. Следовательно,

$$2nh - \frac{\lambda}{2} = m\lambda,$$

$$h = \frac{(2m+1)\lambda}{2n}.$$

откуда

Толщина зазора связана с радиусами колец формулой (3.49). Подставим в эту формулу полученное выражение для толщины зазора:

$$r = \sqrt{2Rh} = \sqrt{\frac{R}{n}(2m+1)\frac{\lambda}{2}},$$

где $m = 0, 1, 2, 3, \dots$

Обратим ваше внимание на то, что в данном случае нечетное число записано как $2m + 1$, а не $2m - 1$, как это делалось ранее. Для того, чтобы первому светлому кольцу соответствовал номер 1, мы можем в отличие от предыдущих случаев целое число m отсчитывать, начиная не с единицы, а с нуля. Такое различие в записи формул принципиального значения не имеет. Возникает оно от того, что при отражении от оптически более плотной среды фаза волны изменяется на π . Такого изменения фазы можно достигнуть как путем добавления к оптической длине луча половины длины волны, так и путем вычитания такой же величины из оптической длины луча. В данном случае при вычислении оптической разности хода к оптической длине второго луча мы добавили $\lambda/2$. Если бы вместо этого мы вычли $\lambda/2$, то перед величиной в формуле (3.57) знак изменился бы на «+» и в формуле для радиуса светлого кольца нечетное число было бы записано как $2m - 1$. В то же время, для удобства, наглядности и единообразия описания колец Ньютона мы будем стремиться к тому, чтобы кольцо с наименьшим радиусом соответствовал номер $m = 1$. Поэтому нечетное число в формуле для радиуса светлого кольца запишем как $2m - 1$, где $m = 1, 2, 3, \dots$

Таким образом, радиус светлого кольца номера m в отраженном свете при выполнении условия $n > n_c$ можно определить по формуле

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n}(2m-1)\frac{\lambda}{2}}, \quad (3.58)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$. Легко увидеть, что формула (3.58) совпадает с формулами (3.50) и (3.55), хотя условия наблюдения в этих трех случаях различаются кардинально.

Теперь получим формулу для радиусов темных колец номер m в отраженном свете при выполнении условия $n > n_c$. Для оптической разности хода лучей воспользуемся формулой (3.57),

$$\Delta L = L_1 - L_2 = n(AB) + n(BC) - \frac{\lambda}{2} = 2nh - \frac{\lambda}{2}.$$

Потребуем выполнения условия наблюдения интерференционного минимума:

$$2nh - \frac{\lambda}{2} = (2m - 1) \frac{\lambda}{2},$$

откуда толщина зазора между линзой и пластинкой

$$h = \frac{m\lambda}{2n}.$$

Радиусы колец определяются формулой (3.49). Подставим в нее полученное выражение для h и получим формулу для радиусов темных колец радиусов темных колец в отраженном свете при выполнении условия $n > n_c$.

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n} m\lambda}, \quad (3.59)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$. Отметим, что эта формула аналогична формулам (3.51) и (3.56), справедливым при наблюдении колец Ньютона в условиях, отличающихся от данного случая.

Нам осталось найти радиусы светлых и темных колец Ньютона, наблюдаемых в проходящем свете в случае, когда показатель преломления среды между линзой и пластинкой больше показателя преломления стекла, $n > n_c$. Для определения оптической разности хода между интерферирующими лучами воспользуемся рис. 52. Оптическая разность хода равна

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 3nh - nh = 2nh.$$

В точках B и C отражение луча 2 происходит от стекла, то есть в данном случае от оптически менее плотной среды,

следовательно, фаза волны при этом не изменяется и добавлять или вычитать половину длины волны не нужно.

Для наблюдения светлых колец должно выполняться условие наблюдения интерференционного максимума $\Delta L = m\lambda$, поэтому

$$\Delta L = 2nh = m\lambda,$$

$$h = \frac{m\lambda}{2n}.$$

Подставим полученное выражение для h в формулу (3.49) для радиуса кольца и получим

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n} m\lambda}, \quad (3.60)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$. По этой формуле можно определить радиус светлого кольца номер m при наблюдении в проходящем свете в случае, когда пространство между линзой и пластинкой заполнено прозрачным веществом с показателем преломления, большим, чем у стекла.

Для наблюдения темных колец должно выполняться условие наблюдения интерференционного минимума $\Delta L = (2m - 1)\lambda/2$. Оптическая разность хода лучей, проходящих сквозь линзу и пластинку ΔL такая же, как и в предыдущем случае.

$$\Delta L = 2nh = (2m - 1) \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда

$$h = \frac{(2m - 1) \lambda}{2n},$$

$$r_m = \sqrt{\frac{R}{n} (2m - 1) \frac{\lambda}{2}}, \quad (3.61)$$

где $m = 1, 2, 3, \dots$. По формуле (3.61) можно определить радиус темного кольца номер m при наблюдении в проходящем свете в случае, когда пространство между линзой и пластинкой

заполнено прозрачным веществом с показателем преломления *большим, чем у стекла*.

Снова, как и в случае, когда показатель преломления среды между линзой и пластиной меньше показателя преломления материала линзы и пластины (стекла), радиус светлого кольца в отраженном свете (3.58) совпадает с радиусом темного кольца в проходящем свете (3.61), а радиус темного кольца в отраженном свете (3.59) совпадает с радиусом светлого в проходящем (3.60).

Сравнивая формулы для радиусов светлых и темных колец Ньютона в случаях, когда показатель преломления среды между линзой и пластиной меньше показателя преломления линзы и пластины (3.50), (3.51), (3.55), (3.56) с формулами, полученными для случая, когда показатель преломления среды между линзой и пластиной больше показателя преломления материала линзы и пластины (3.58), (3.59), (3.60), (3.61), легко увидеть, что формулы для одинаковых способов наблюдения колец Ньютона совпадают. Этот факт объяснить легко. При изменении соотношения между показателями преломления среды и материала линзы и пластины изменяются условия отражения лучей сразу на двух границах раздела. Если в каждом из этих двух процессов отражения фаза волны изменится на π , то в результате двух отражений фаза волны изменится на 2π , что соответствует отсутствию изменения фазы волны.

Вид формулы для определения радиусов светлых и темных колец Ньютона *не зависит* от соотношения показателей преломления среды между линзой и пластиной и материала линзы и пластины.

Основные выводы.

В опыте по наблюдению колец Ньютона радиусы светлых и темных колец можно определить, рассмотрев явление интерференции света. При этом важно правильно учесть условия отражения при падении света на границу раздела веществ с различными показателями преломления.

1. Вид формулы для определения радиусов светлых и темных колец Ньютона *не зависит* от соотношения показателей преломления среды между линзой и пластиной и материала линзы и пластины.

2. Основные результаты рассмотрения опытов по наблюдению колец Ньютона можно представить в виде таблицы.

Таблица. 1.

Формулы для вычисления радиусов светлых и темных колец Ньютона.

Кольцо	Наблюдение в отраженном свете	Наблюдение в проходящем свете
Светлое	$r_m = \sqrt{\frac{R}{n}(2m-1)\frac{\lambda}{2}}$	$r_m = \sqrt{\frac{R}{n}m\lambda}$
Темное	$r_m = \sqrt{\frac{R}{n}m\lambda}$	$r_m = \sqrt{\frac{R}{n}(2m-1)\frac{\lambda}{2}}$

В табл.1 использованы следующие обозначения: r_m – радиус кольца, R – радиус кривизны линзы, n – абсолютный показатель преломления среды между линзой и пластиной, λ – длина волны света в вакууме, $m = 1, 2, 3, \dots$

3.11. Практическое применение интерференции. Двухлучевые интерферометры

Явление интерференции широко применяется для измерения длин волн различных видов электромагнитного излучения, измерения показателей преломления веществ, измерения толщины наносимых покрытий и контроля качества поверхностей и во многих других практически важных случаях. Само по себе наблюдение интерференции в таких исследованиях уже не является основной их целью. Наблюдение и изучение интерференционной картины становится средством изучения физических свойств системы и измерения величин параметров, описывающих эти свойства.

Любое устройство, в котором с помощью наблюдения и измерения параметров интерференционной картины возможно проводить измерения каких-либо величин, можно назвать *интерферометром*. Принципиальные различия между собой имеют двухлучевые и многолучевые интерферометры. Ниже мы рассмотрим примеры двухлучевых интерферометров. Такие приборы основаны на явлении интерференции двух когерентных лучей. Оптическая схема таких интерферометров всегда основана на том, что световой пучок от одного источника каким-либо образом делится на два когерентных луча, распространяющихся двумя различными путями, а затем сводятся вновь, и вследствие того, что между колебаниями в

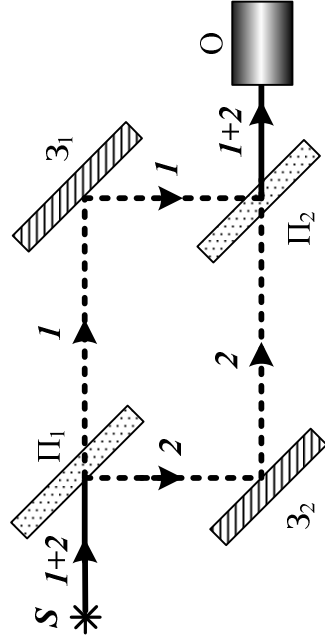


Рис. 53. Оптическая схема интерферометра Рожественского

этих лучах возникает разность фаз, наблюдается интерференционная картина. Один из лучей направляют на исследуемый объект, от которого он отражается или проходит сквозь него, что вносит дополнительную разность фаз между лучами. Интерференционная картина в результате этого изменяется (происходит смещение интерференционных полос). Изучая эти изменения интерференционной картины, можно найти значения измеряемых физических параметров системы.

Существует много различных типов двухлучевых интерферометров. Они могут различаться по конструкции, но имеют один принцип действия. Рассмотрим в качестве примера интерферометр Рожественского, оптическая схема которого представлена на рис. 53. В этом интерферометре разделение исходного пучка на два когерентных луча 1 и 2 производится с помощью полупрозрачной пластины Π_1 . Далее лучи 1 и 2 распространяются каждый своим путем. Они отражаются от зеркал Z_1 и Z_2 и попадают на полупрозрачную пластину Π_2 . После преломления и отражения от этой пластины сведенные вместе лучи попадают в окуляр для наблюдения интерференционной картины.

3.12. Измерение показателя преломления с помощью двухлучевого интерферометра

Интерферометр Рожественского можно использовать для измерения показателей преломления прозрачных веществ. Для этого на пути одного из лучей (например, луча 2) следует поместить образец исследуемого вещества. Из-за того, что скорость света в исследуемом веществе отличается от скорости света в воздухе, через который идет луч 1, между колебаниями электрических векторов в лучах 1 и 2 возникнет дополнительная разность фаз и интерференционная картина изменится. Число интерференционных полос, на которое сместится интерференционная картина, можно определить, исходя из дополнительной разности хода, внесенной образцом исследуемого вещества. Дополнительная разность хода между лучами

$$\Delta L = L_2 - L_1 = n\ell - n_1\ell, \quad (3.62)$$

где ℓ - длина исследуемого образца, n - показатель преломления исследуемого вещества, n_1 - показатель преломления воздуха в условиях эксперимента. Считается, что в то время, когда луч 2 проходит через исследуемое вещество, луч 1 проходит такой же путь в воздухе и из-за этого и возникает дополнительная разность хода. При изменении оптической разности хода между лучами на $\lambda/2$ светлая интерференционная полоса сменяется темной и наоборот, поэтому число полос, на которое сместится интерференционная картина, пропорционально $\lambda/2$. Пусть Δm - число интерференционных полос, на которое сдвигается интерференционная картина при внесении исследуемого образца, а λ - длина волны света, тогда

$$\Delta m \frac{\lambda}{2} = (n - n_1) \ell.$$

Отсюда показатель преломления исследуемого вещества

$$n = n_1 + \frac{\lambda}{2\ell} \Delta m. \quad (3.63)$$

Если считать, что показатель преломления воздуха $n_1 = 1$, то

$$n \approx 1 + \frac{\lambda}{2\ell} \Delta m. \quad (3.64)$$

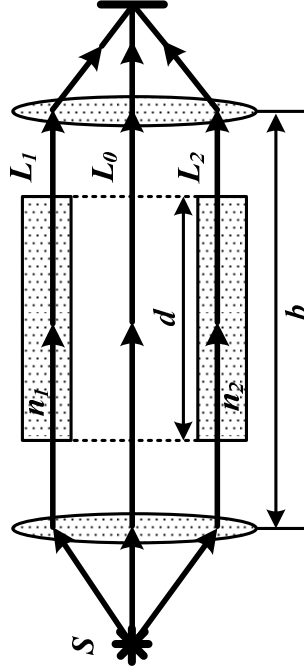


Рис. 54. Оптическая схема интерферометра Рэлея

В лабораторном практикуме по физике для изучения зависимости показателя преломления воздуха от давления используется интерферометр Рэлея. Оптическая схема этого интерферометра приведена на рис. 54.

Источник света S располагается в фокусе объектива. Таким способом формируется параллельный пучок света, который делится на три луча L_0 , L_1 и L_2 . Луч L_1 проходит через кювету с контрольным веществом, показатель преломления которого n_1 известен. Например, это может быть воздух при нормальном атмосферном давлении. Луч L_2 проходит через кювету с исследуемым веществом. Это может быть воздух при повышенном или пониженном давлении. Отметим, что кюветы совершенно одинаковые и имеют одинаковую длину ℓ . Перед окуляром лучи сводятся, и в окуляре можно наблюдать две интерференционные картины. Первая из них образована в результате интерференции лучей L_0 и L_1 . Вторая картина образована в результате интерференции лучей L_0 и L_2 .

Так как показатель преломления n исследуемого вещества (воздуха при повышенном давлении) отличается от показателя преломления n_1 контрольного вещества (воздуха при нормальном атмосферном давлении), интерференционная картина, возникающая в результате наложения лучей L_0 и L_2 , смещена относительно картины, возникающей в результате наложения лучей L_0 и L_1 . Смещение интерференционной картины, как и в случае, рассмотренном выше, связано с тем, что лучи L_1 и L_2 имеют разную оптическую длину, так как распространяются в средах с различными показателями преломления. Наблюдение в окуляре одновременно двух интерференционных картин существенно облегчает процесс определения величины смещения одной картины относительно другой.

Рассчитать величину смещения интерференционной картины, как и в случае интерферометра Рождественского, можно по формулам (3.62) и (3.63). Если из контрольной кюветы откачать воздух до такого давления, что его показатель преломления можно считать равным единице, то показатель

преломления воздуха под повышенным давлением можно вычислить по формуле (3.64), считая равенство точным.

3.13. Измерение толщины нанесенного покрытия с помощью интерферометра

Для определения толщины нанесенного покрытия и контроля качества поверхности в лабораторном практикуме используется интерференционный микроскоп МИИ-4. Его принципиальная оптическая схема фактически совпадает со схемой знаменитого интерферометра Майкельсона, хотя конструкция существенно отличается от конструкции, предложенной Майкельсоном. Рассмотрим принцип действия этого прибора, опираясь на оптическую схему интерферометра Майкельсона (рис. 55). Более детальное описание работы этого прибора можно найти в методическом пособии по лабораторному практикуму [12].

В интерферометре Майкельсона точечный источник света S помещен в фокусе линзы L_1 , и после преломления в линзе формируется параллельный пучок света. На рис. 55 цифрами 1 и 2 обозначены крайние лучи этого параллельного пучка. Далее этот параллельный пучок света падает на пластинку P_1 , на грань AB которой нанесено покрытие, частично отражающее свет.

Пластинку P_1 можно рассматривать как светоделительное полупрозрачное зеркало. Плотность отражающего покрытия подбирают так, чтобы интенсивность света, отраженного от пластинки, была равна интенсивности света, прошедшего через пластинку. Пластинку P_1 располагают под углом 45° к направлению распространения светового пучка. В результате пучок света, отраженный от пластинки, и пучок света, проходящий через пластинку, перпендикулярны.

Лучи 1 и 2, отраженные от пластинки P_1 , отражаются от зеркала M_1 , снова проходят через пластинку P_1 , преломляются в линзе L_2 и попадают в окуляр для наблюдения. Лучи, проходящие через полупрозрачную пластинку P_1 , на рис. 55 обозначены символами 1' и 2'. Эти лучи отражаются от зеркала M_2 , падают на пластинку P_1 , отражаются от нее, преломляются в линзе L_2 и вместе с лучами 1 и 2 попадают в окуляр, где и

наблюдается интерференция этих лучей. Пластинка P_2 изготавливается из того же стекла, что и пластинка P_1 , имеет такую же толщину и располагается под углом 45° к направлению распространения света. Полная идентичность пластин приводит к тому, что разность хода между интерферирующими лучами зависит только от расстояний до зеркал M_1 и M_2 и не зависит от того, что свет проходит через пластины. Изменяя положение зеркала M_1 , можно изменить разность хода между интерферирующими лучами и тем самым изменить интерференционную картину.

Вместо зеркала M_1 свет может отражаться от поверхности исследуемого объекта. Если на поверхность этого объекта нанесено покрытие или поверхность имеет неровности, то свет отражается как от поверхности, обозначенной пунктирной линией (сплошной линией (поверхность с покрытием), так и от смещенной поверхности, обозначенной пунктирной линией (поверхность подложки)). В результате видна как интерференционная картина, образованная лучами, отраженными от нанесенного покрытия, так и картина, образованная лучами, отраженными от подложки. В окуляре это выглядит, как

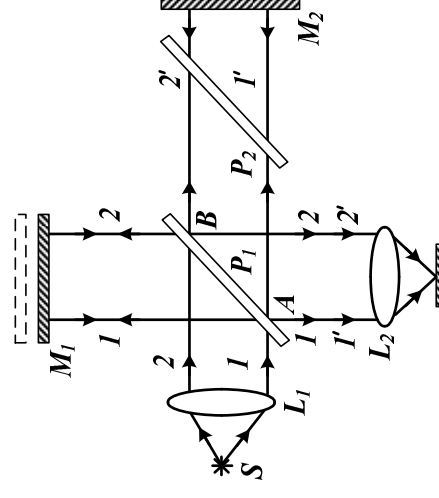


Рис. 55. Оптическая схема интерферометра Майкельсона

Дополнительная разность хода лучей, связанная с наличием покрытия или углубления на поверхности исследуемого объекта

равна

$$\Delta L = L_2 - L_1 = 2n_0 h,$$

где n_0 – показатель преломления воздуха в условиях эксперимента, h – толщина нанесенного покрытия или глубина углубления. Если смещение интерференционной картины составляет Δm линий, то

$$\Delta L = 2n_0 h = \Delta m \frac{\lambda}{2}.$$

Отсюда толщина покрытия (глубина царапины)

$$h = \Delta m \frac{\lambda}{4n_0}.$$

Учитывая, что длина волны света составляет примерно $5 \cdot 10^{-7}$ м, а показатель преломления воздуха близок к единице, точность измерения составляет около 0,1 мкм.

3.14. Опыт Майкельсона. Доказательство постоянства скорости света

С помощью интерферометра было экспериментально установлено одно из важнейших фундаментальных положений современной физики о том, что величина скорости света постоянна и не зависит от скорости движения источника и приемника. Впервые это было сделано Майкельсоном в 1881 г., позднее эксперимент неоднократно повторяли со все возрастающей точностью, но с неизменным результатом. Майкельсон пытался измерить скорость движения Земли относительно эфира, гипотетической среды, в которой распространяются электромагнитные волны, в том числе и свет.

Несколько упрощая ситуацию и не касаясь тонкостей, можно сказать, что в конце XIX века считалось, что эфир является универсальной средой, в которой распространяются электромагнитные волны и относительно которой движутся все тела во Вселенной. Было хорошо известно, что Земля движется

вокруг Солнца со скоростью около 30 км/с. Направление этого движения также можно установить. Если измерить время прохождения одного и того же расстояния световым лучом вдоль направления движения Земли относительно эфира и в направлении, перпендикулярном этому движению, то эти времена будут различными и по величине их разности можно будет установить скорость движения Земли относительно эфира. Именно для проведения этого эксперимента и создал Майкельсон свой интерферометр.

Рассмотрим основную идею опыта Майкельсона. В отличие от других интерферометров, в интерферометре Майкельсона два когерентных луча света распространяются в двух взаимно перпендикулярных направлениях. Интерферометр следует установить так, что луч 1 (см. рис. 56) после деления в полупрозрачном зеркале распространяется вдоль скорости движения Земли относительно эфира, а луч 2 – в

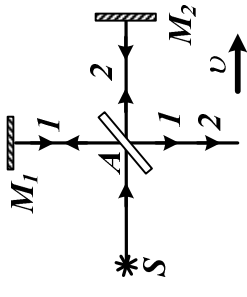


Рис. 56. Схема опыта Майкельсона

направлении, перпендикулярном этой скорости. Расстояние от делительной пластинки до зеркал одинаковы, $|AM_1| = |AM_2| = \ell$. Обозначим t_1 время распространения светового луча 1 по пути $AM_1 + M_1A$, а t_2 – время распространения светового луча 2 по пути $AM_2 + M_2A$. Если $t_1 = t_2$, то в окуляре наблюдается максимум интерференционной картины, если $t_1 \neq t_2$, то интерференционная картина сдвигается, и, перемещая зеркало M_1 , можно вновь добиться наблюдения интерференционного максимума и определить величину смещения. Зная, на какую величину сместилась интерференционная картина, можно определить скорость движения Земли относительно эфира.

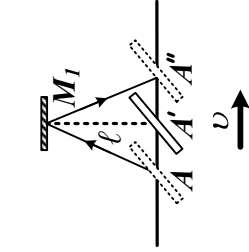
Вычислим промежутки времени t_1 и t_2 . Начнем с t_2 , времени распространения луча, параллельного скорости Земли. В «абсолютной» системе отсчета, связанной с эфиром, величина относительной скорости света при движении от A к M_2 равна c –

v , где c – скорость света относительно эфира, v – скорость Земли относительно эфира. При движении луча от M_2 к A величина его скорости равна $c + v$. Таким образом,

$$t_2 = \frac{\ell}{c - v} + \frac{\ell}{c + v} = \frac{2\ell c}{c^2 - v^2} = \frac{2\ell}{c} \frac{1}{1 - \frac{v^2}{c^2}}$$

Обозначим $\beta = \frac{v^2}{c^2}$, тогда

$$t_2 = \frac{2\ell}{c} \frac{1}{1 - \beta^2}. \quad (3.65)$$



Для вычисления t_1 воспользуемся рис. 57. Луч 1 отражается от полупрозрачной пластинки в точке A . За время, пока свет распространяется от пластинки до зеркала M_1 , интерферометр (вместе с Землей!) смещается так, что точка A перемещается в A' . За время возвращения луча от зеркала к пластинке пластинка сместится из A' в A'' . Длина пути,

пройденного лучем 1, равна

$$\ell' = |AM_1| + |M_1A''|.$$

Очевидно, что $|AM_1| = |M_1A''|$, поэтому

$$\ell' = 2|AM_1| = \sqrt{(AM_1)^2 + (AA')^2} = \sqrt{\ell^2 + (v\tau)^2}. \quad (3.66)$$

Здесь τ – время распространения света от A к M_1 . Из формулы (3.66) следует, что

$$\tau = \frac{\ell'}{c} = \frac{\sqrt{\ell^2 + (v\tau)^2}}{c},$$

$$\tau^2 c^2 = \ell^2 + (v\tau)^2,$$

$$\tau = \frac{\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}}.$$

Теперь длительность промежутка времени, за который луч 1 пройдет путь $\ell' = |AM_1| + |M_1A''|$,

$$t_1 = 2\tau = \frac{2\ell}{\sqrt{c^2 - v^2}} = \frac{2\ell}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (3.67)$$

Разность между продолжительностью промежутков времени t_2 и t_1 найдем из формул (3.65) и (3.67).

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2\ell}{c} \left[\frac{1}{1 - \beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right].$$

В условиях рассматриваемого эксперимента величина $\beta \ll 1$. В этом случае величина в скобках хотя и мала, но положительна и не равна нулю. Оптическая разность хода лучей 1 и 2 равна

$$\delta = c\Delta t = 2\ell \left[\frac{1}{1 - \beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right].$$

Зная величины β и ℓ , можно выразить оптическую разность хода в величинах длины волны света. Если считать скорость движения Земли относительно эфира равной скорости ее орбитального движения вокруг Солнца, то $\beta \approx 1 \cdot 10^{-4}$. В опытах Майкельсона 1891 г. величина ℓ составляла около 1 м, а в более точных экспериментах 1895 г. используя многократные отражения светового луча, Майкельсон и Морли довели величину ℓ до 11 м [1,2,4]. Для $\beta = 1 \cdot 10^{-4}$ выражение в квадратных скобках приблизительно равно $5 \cdot 10^{-9}$. Пусть длина волны света составляет $5 \cdot 10^{-7}$ м. Тогда

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{2\ell}{\lambda} \left[\frac{1}{1 - \beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right] \approx 0,22.$$

Интерференционная картина смещается на одну полосу (со светлой на темную или наоборот) при возникновении дополнительной разности хода $\delta = 0,5\lambda$. Таким образом, смещение интерференционной картины в опыте Майкельсона и Морли должно было составить примерно 0,4 интерференционной полосы. Опыты проводились весьма тщательно, погрешность в определении смещения интерференционной картины составляла не более 0,01 интерференционной полосы, однако, никакого смещения интерференционной картины при любом положении интерферометра в пространстве обнаружено не было. Это означает только одно – скорость света одинакова во всех инерциальных системах отсчета. Результаты опытов Майкельсона являются прямым экспериментальным доказательством второго постулата специальной теории относительности Эйнштейна.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Калитеевский Н.И. Волновая оптика. – М.: Высшая школа, 1978. – 384 с.
2. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. – М.: Наука, 1973. – 719 с.
3. Ландау Л.Д., Лившиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1973. – 504 с.
4. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука, 1976. – 848 с.
5. Королев Ф.А. Курс физики. Оптика и атомная физика. – М.: Просвещение, 1974. – 608 с.
6. Савельев И.В. Курс физики. Т.2., – СПб.: Лань, 2007. – 496 с.
7. Сивухин Д.В. Общий курс физики, Т.4. Оптика. – М.: Наука, 1980. – 752 с.
8. Матвеев А.Н. Оптика. – М.: Высшая школа, 1985. – 352 с.
9. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1982. – 448 с.
10. Уколов А.С. Лекции по общему курсу физики. Часть V. Электромагнитное поле. Колебания и волны. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2001. – 129 с.
11. Заичкин Н.Н. Лекции по общему курсу физики. Часть VI. Оптика. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2006. – 138 с.
12. Оптика. Лабораторный практикум по физике. Для укрупненных групп направлений подготовки: математические и естественные науки, инженерное дело, технологии и технические науки; Составители: Г.В. Куповых, Е.Е. Нестюрина, Н.Н. Филиппова, Е.Н. Погорелов, О.В. Колпачева, И.Б. Доценко, Л.Е. Гатько, Ю.Б. Какурин, Н.А. Какурина – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2013. – 115 с.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
3. Интерференция света.	4
3.1. Наблюдение интерференции света.....	5
3.2. Возникновение максимумов и минимумов освещенности при интерференции света.....	6
3.3. Когерентные волны.....	12
3.4. Получение когерентных волн	15
3.5. Оптическая разность хода	19
3.6. Условия наблюдения интерференционных минимумов и максимумов	21
3.7. Положение максимумов и минимумов освещенности в опыте Юнга	27
3.8. Интерференция в тонких пленках. Полосы равного наклона	32
3.9. Интерференция в тонких пленках. Полосы равной толщины	46
3.10. Кольца Ньютона	52
3.11. Практическое применение интерференции. Двухлучевые интерферометры	67
3.12. Измерение показателя преломления с помощью двухлучевого интерферометра	68
3.13. Измерение толщины нанесенного покрытия с помощью интерферометра	71
3.14. Опыт Майкельсона. Доказательство постоянства скорости света	73
Библиографический список	78

Учебное издание

Колпачёв Алексей Борисович
Колпачёва Ольга Валериевна

ВОЛНОВАЯ ОПТИКА КОНСПЕКТ ЛЕКЦИЙ. ЧАСТЬ 2

Ответственный за выпуск Колпачев А.Б.

Редактор

Корректор

Подписано в печать 2014 г.

Заказ № Тираж экз.

Формат 60×84 ¹/₁₆. Усл. п.л.– 5,0. Уч.-изд. л. – 4,7.

Издательство Южного федерального университета
344091, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1.

Тел. (863)2478051

Отпечатано в Секторе обеспечения полиграфической
продукцией кампуса в г. Таганроге отдела полиграфической,
корпоративной и сувенирной продукции
ИПК КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ
ГСП 17А, Таганрог, 28, Энгельса, 1.
Тел. (8634) 371717