

53(075)
У-912

№ 4956-2



**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное
автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
"Южный федеральный университет"

КАФЕДРА ФИЗИКИ

Учебно-методическое пособие
для выполнения индивидуального задания
по дисциплине
Физика

Часть 2

ЕГФ

Таганрог 2013

УДК 53(075.8)

Гатько Л.Е., Редин А.А., Фатеева В.В. Учебно-методическое пособие для выполнения индивидуального задания по дисциплине «Физика». Ч. 2. – Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2013. – 86 с.

В пособии приводятся общие рекомендации к выполнению самостоятельной работы по дисциплине «Физика» по разделам: электростатика, постоянный электрический ток, стационарное магнитное поле, электромагнитное поле, колебания и волны. Также приводятся содержание теории (перечислены темы, по которым сформированы индивидуальные задания), основные законы и соотношения, примеры решения задач и таблицы вариантов индивидуальных заданий.

Пособие предназначено для студентов дневного отделения, обучающихся по всем инженерным специальностям.

Разделы 1 и 2 подготовлены Гатько Л.Е. и Рединым А.А., раздел 3 – Фатеевой В.А. и Рединым А.А.

Табл. 3. Ил. 30. Библиогр.: 7 назв.

Рецензенты:

Г.В. Куповых, д-р физ.-мат. наук, профессор кафедры физики ЮФУ;

В.Г. Сапогин, канд. техн. наук, профессор кафедры физики ЮФУ.

© ЮФУ, 2013

© Л.Е. Гатько, 2013

© А.А. Редин, 2013

© В.А. Фатеева, 2013

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	4
Общие методические указания.....	5
РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК.....	6
1.1. Содержание теории.....	6
1.2. Формулы для решения задач.....	6
1.3. Примеры решения задач.....	18
1.4. Варианты индивидуальных заданий.....	31
РАЗДЕЛ 2. СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ.....	32
2.1. Содержание теории.....	32
2.2. Формулы для решения задач.....	32
2.3. Примеры решения задач.....	39
2.4. Варианты индивидуальных заданий.....	52
РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ.....	53
3.1. Содержание теории.....	53
3.2. Формулы для решения задач.....	53
3.3. Примеры решения задач.....	63
3.4. Варианты индивидуальных заданий.....	81
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	82
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	85

ПРЕДИСЛОВИЕ

Для достижения высокого уровня научно-практической подготовки будущих специалистов необходимо обеспечить возможность получения студентами глубоких фундаментальных знаний и организовать их самостоятельную работу, чтобы повысить качество обучения, развить творческие способности студентов, их стремление к непрерывному приобретению новых знаний, а также учесть приоритетность интересов студентов в самоопределении и самореализации.

Вторая часть настоящего пособия призвана помочь студентам выполнить индивидуальное задание по курсу физики в 1 семестре. Здесь рассматриваемый материал разбит на три раздела, включающих электростатику, постоянный электрический ток, стационарное магнитное поле, электромагнитное поле, колебания и волны.

Каждый раздел имеет следующую последовательность изложения материала: содержание теории (перечень основных тем в количестве 7 - 10); основные формулы для решения задач; примеры решения задач. *Номера примеров решения задач соответствуют номерам в перечне основных тем.* Далее следует таблица вариантов предлагаемых индивидуальных заданий, объем и состав которых могут изменяться преподавателем.

Тексты задач представлены в электронном виде на сайте кафедры под номерами, соответствующими номерам в таблице вариантов.

При решении задач мы пользовались теми же подходами и методами, которые были изложены в I части пособия. Однако решение задач на такие темы, как электростатика и магнетизм, имеет свои особенности. Здесь необходимо внимательно отнестись к определению направления сил, действующих на проводники с током и заряженные частицы.

В конце пособия приведено приложение, в котором содержатся табличные данные и физические постоянные.

Заканчивается пособие библиографическим списком, содержащим ссылки на сборники задач, на основе которых формировался банк задач для самостоятельной работы студентов.

Все замечания о проделанной работе авторы примут с благодарностью.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Инструкция по выполнению внеаудиторной самостоятельной работы

Физическая задача – это модель физического явления с некоторыми известными и неизвестными физическими величинами, характеризующими это явление.

Решить физическую задачу – это значит восстановить неизвестные связи и определить искомые физические величины.

Задачи по физике весьма разнообразны, и дать единые рекомендации для их решения невозможно. Поэтому мы попытаемся выделить те общие положения, выполнение которых будет полезным во всех разделах изучаемой программы.

1. Прежде чем приступить к решению задач выбранного раздела, необходимо повторить теорию, используя курс лекций и учебник.

2. Прочитать внимательно условие задачи, четко представить себе характер описанного явления.

3. Произвести аккуратную запись заданных величин и их размеров, выделить неизвестные.

4. Дать схематический рисунок (чертеж, схему и др.), поясняющий содержание задачи.

5. Выразить все величины, входящие в условие задачи в единицах системы СИ.

6. Выяснить, можно ли в данной задаче рассматривать тело как материальную точку; последнее позволяет пренебречь формой тела и его размерами. В зависимости от этого меняется характер решения.

7. Выявить все упрощающие предположения, которые нужно сделать, чтобы решить данную задачу (например, в некоторых задачах пренебрегают трением, влиянием среды, неоднородностью образца и т. д.).

8. Выразить неизвестные физические величины через известные величины аналитически на основе законов и формул, применяемых к явлениям, описанным в задаче. При сомнении в правильности полученного результата проверить общее решение по равенству размерности левой и правой частей уравнения. Промежуточные расчеты допускаются только в случаях громоздких общих решений.

9. При поиске решения необходимо выяснить, какие величины заданы в задаче: если величины векторные, то применяют правила геометрического сложения и вычитания. Если величины скалярные, используют правила алгебры.

10. В полученное общее решение подставить вместо букв численные значения величин в одной системе единиц. Количество значащих цифр ответа (точность ответа) не должна превышать количество значащих цифр исходных данных задачи. Получив числовой ответ, оцените его с точки зрения здравого смысла. Это поможет обнаружить ошибочность полученного результата.

РАЗДЕЛ 1. ЭЛЕКТРОСТАТИКА. ПОСТОЯННЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ТОК

1.1. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРИИ

1. Закон Кулона. Напряженность поля точечного заряда и системы точечных зарядов.
2. Теорема Гаусса для напряженности электростатического поля в вакууме. Применение ее для заряженных тел плоской, сферической и цилиндрической симметрии.
3. Потенциал поля точечного заряда. Энергия системы точечных зарядов. Работа по перемещению заряда в электрическом поле.
4. Потенциал поля заряженных тел плоской, сферической и цилиндрической симметрии. Работа по перемещению заряда в поле таких тел.
5. Теорема о циркуляции вектора напряженности электростатического поля.
6. Конденсаторы. Энергия и плотность энергии электрического поля.
7. Электрическое поле в диэлектриках. Электрическое смещение. Плотность сторонних и связанных зарядов.
8. Плотность тока. Законы Ома для участка цепи и замкнутой цепи.
9. Закон Джоуля–Ленца. Работа и мощность тока.
10. Правила Кирхгофа и их применение к расчету разветвленных цепей постоянного тока.

1.2. ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Электростатическое поле в вакууме

1. Закон Кулона

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} = k \frac{q_1 \cdot q_2}{r^3} \cdot \vec{r},$$

где k – коэффициент пропорциональности, в системе СИ $k = 1/4\pi\epsilon_0$, F – модуль силы взаимодействия точечных зарядов q_1 и q_2 ; r – расстояние между зарядами; ϵ_0 – электрическая постоянная.

2. Закон сохранения заряда

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const},$$

где $\sum_{i=1}^n q_i$ – алгебраическая сумма зарядов, входящих в изолированную систему; n – число зарядов системы.

3. Напряженность электростатического поля

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0},$$

где \vec{F} – сила, действующая на пробный заряд q_0 , помещенный в точку поля, напряженность которой определяется.

4. Напряженность поля точечного заряда

Модуль напряженности электростатического поля, создаваемого точечным зарядом q на расстоянии r от него

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2}.$$

5. Принцип суперпозиции для напряженностей электрических полей \vec{E}

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^n \vec{E}_i,$$

где \vec{E}_i – напряженность поля, создаваемого зарядом q_i в рассматриваемой точке поля, n – количество зарядов системы.

6. Сила, действующая на точечный заряд q , помещенный в точку электрического поля с напряженностью \vec{E} :

$$\vec{F} = q\vec{E}.$$

7. Линейная плотность заряда

Распределенный на тонкой нити заряд характеризуется линейной плотностью заряда

$$\tau(l) = \frac{dq}{dl}.$$

Если заряд q однородно распределен по длине l , то $\tau = \frac{q}{l}$.

8. Поверхностная плотность заряда

Заряд q , распределенный на поверхности S , характеризуется поверхностной плотностью σ

$$\sigma(S) = \frac{dq}{dS}.$$

Если заряд q равномерно распределен по поверхности S , то $\sigma = \frac{q}{S}$.

9. Объемная плотность заряда

Заряд q , распределенный по объему V , характеризуется объемной плотностью ρ

$$\rho(V) = \frac{dq}{dV}.$$

Если заряд q равномерно распределен по объему V , то $\rho = \frac{q}{V}$.

10. Поток вектора напряженности \vec{E} электрического поля через произвольную поверхность S

$$\Phi_E = \int_S (\vec{E} \cdot d\vec{S}) = \int_S E \cos \alpha dS,$$

где α – угол между вектором напряженности \vec{E} и вектором элемента поверхности $d\vec{S}$; $d\vec{S} = \vec{n} \cdot dS$, где dS – площадь элемента поверхности, \vec{n} – нормаль к этому элементу поверхности.

11. Теорема Гаусса для вектора напряженности электрического поля в вакууме: поток вектора \vec{E} через произвольную замкнутую поверхность S равен суммарному заряду, заключенному внутри этой поверхности, деленному на электрическую постоянную:

$$\oint_S \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{i=1}^N q_i.$$

12. Напряженность поля заряженной нити

Модуль напряженности поля, создаваемого бесконечно длинной прямой однородно заряженной нитью на расстоянии r от нее

$$E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r},$$

где τ – линейная плотность заряда.

13. Напряженность поля заряженного по поверхности цилиндра радиуса R ; τ – заряд единицы длины цилиндра:

- внутри цилиндра ($r < R$): $E = 0$;

- на поверхности цилиндра ($r = R$): $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 R}$;

- вне цилиндра ($r > R$): $E = \frac{\tau}{2\pi\epsilon_0 r}$.

14. Напряженность поля заряженной плоскости

Напряженность поля, создаваемая бесконечной равномерно заряженной плоскостью

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}.$$

15. Напряженность поля плоского конденсатора (напряженность поля между двумя параллельными, равномерно и разноименно заряженными плоскостями, с одинаковой по модулю поверхностной плотностью заряда σ)

$$E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}.$$

16. Напряженность поля заряженной сферы

Напряженность электрического поля, создаваемого металлической сферой радиуса R , несущей заряд Q , на расстоянии r от центра сферы:

- внутри сферы ($r < R$): $E = 0$;

- на поверхности сферы ($r = R$): $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$;

- вне сферы ($r > R$): $E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$.

17. Потенциал электростатического поля

Потенциалом электростатического поля в данной точке называется величина

$$\varphi = \frac{W}{q_0},$$

где W – потенциальная энергия, которой обладает пробный заряд q_0 , помещенный в точку поля, потенциал которой определяется.

Из соотношения следует, что потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля пробный единичный положительный заряд.

18. Потенциал точечного заряда

Потенциал электростатического поля, создаваемый точечным зарядом q на расстоянии r от него

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

19. Потенциал системы зарядов

Потенциал электростатического поля, создаваемого в точке наблюдения системой, состоящей из n точечных зарядов, (принцип суперпозиции полей) равен алгебраической сумме потенциалов полей, создаваемых отдельными точечными зарядами системы:

$$\varphi = \sum_{i=1}^n \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый i -м точечным зарядом в точке наблюдения.

20. Потенциальная энергия системы зарядов

Потенциальная энергия взаимодействия системы точечных зарядов q_1, q_2, \dots, q_n :

$$W = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n q_i \varphi_i,$$

где φ_i – потенциал, создаваемый всеми $(n - 1)$ зарядами (за исключением i -го) в точке, где находится заряд q_i ; n – число точечных зарядов системы.

Для системы, состоящей из двух точечных зарядов q_1 и q_2 , находящихся на расстоянии r друг от друга,

$$W = \frac{1}{2} (q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r}.$$

21. Связь напряженности и потенциала электрического поля

$$\vec{E} = -\nabla \varphi = -\text{grad} \varphi = -\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial \varphi}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \vec{k} \right),$$

где $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные векторы декартовых координатных осей; ∇ – оператор набла.

В случае поля, обладающего сферической или цилиндрической симметрией $\varphi = \varphi(r)$,

$$\vec{E} = -\frac{d\varphi}{dr} \vec{r}.$$

Напряженность однородного поля выражается отношением

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d},$$

где φ_1, φ_2 – потенциалы двух эквипотенциальных плоскостей; d – расстояние между ними вдоль электрической силовой линии.

22. Работа по перемещению заряда в поле

Работа, совершаемая электрическим полем при перемещении точечного заряда Q из точки поля с потенциалом φ_1 в точку поля с потенциалом φ_2

$$A = Q(\varphi_1 - \varphi_2).$$

Учитывая п. 21, ее можно выразить через криволинейный интеграл

$$A = Q \int_l E_l dl,$$

где E_l – проекция вектора напряженности \vec{E} на направление перемещения; dl – элементарное перемещение по кривой l .

В случае однородного поля соотношение для работы принимает вид

$$A = QE l \cos \alpha,$$

где l – перемещение, α – угол между направлением вектора \vec{E} и перемещением \vec{l} .

23. Потенциал заряженной сферы

Потенциал электростатического поля, создаваемый однородно заряженной зарядом Q проводящей сферой радиусом R , на расстоянии r от центра сферы:

$$\text{а) } \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}, \text{ если } r \leq R,$$

$$\text{б) } \varphi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}, \text{ если } r > R,$$

где Q – заряд сферы.

24. Циркуляция вектора напряженности электрического поля

Криволинейный интеграл

$$\mathcal{C} = \int_1^2 \vec{E} d\vec{l}$$

называют циркуляцией вектора \vec{E} (\mathcal{C}).

При перемещении заряда q по замкнутому контуру в электростатическом поле работа поля

$$A = q \oint_l \vec{E} d\vec{l} = 0.$$

Приведенное соотношение выполняется для замкнутых контуров любой формы и выражает свойство потенциальности электростатических полей.

Электростатическое поле в диэлектриках

25. Электрический момент диполя (дипольный момент)

Электрический момент \vec{p} диполя – вектор, направленный от отрицательного заряда к положительному, равный произведению модуля заряда Q на вектор \vec{l} , проведенный от отрицательного заряда к положительному и называемый плечом диполя,

$$\vec{p} = Q\vec{l}.$$

26. Модуль напряженности и потенциал поля точечного диполя в точке A ($l \ll r$)

$$E = \frac{p}{4\pi\epsilon_0 r^3} \sqrt{1 + 3\cos^2 \alpha}, \quad \varphi = \frac{p \cos \alpha}{4\pi\epsilon_0 r^2},$$

где p – величина электрического момента диполя; \vec{r} – радиус-вектор, проведенный от центра диполя к точке, напряженность в которой рассчитывают; α – угол между радиус-вектором и электрическим моментом диполя (рис. 1).

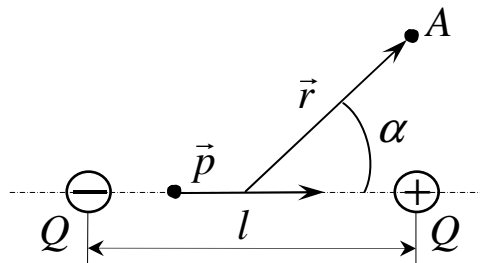


Рис. 1

27. Механический момент пары сил, действующих на диполь с электрическим моментом \vec{p} , помещенный в однородное электрическое поле с напряженностью \vec{E} :

$$\vec{M} = [\vec{p} \cdot \vec{E}], \text{ или } M = pE \sin \beta,$$

где β – угол между направлениями векторов \vec{p} и \vec{E} .

28. Вектор поляризации (поляризованность) диэлектрика

Количественная мера поляризации диэлектрика, поляризованность, определяется соотношением

$$\vec{P} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_i,$$

где $\sum_{i=1}^n \vec{p}_i$ – суммарный электрический дипольный момент молекул, заключенных в физически малом объеме ΔV диэлектрика в окрестности рассматриваемой точки.

29. Связь поляризованности с напряженностью поля в диэлектрике

У изотропных диэлектриков в случае слабых полей поляризованность связана с напряженностью поля в рассматриваемой точке соотношением

$$\vec{P} = \chi \epsilon_0 \vec{E},$$

где χ – диэлектрическая восприимчивость диэлектрика.

30. Связь поляризованности и плотности связанных зарядов

Поляризованность P и поверхностная плотность связанных зарядов σ' на поверхности диэлектрика связаны соотношением

$$\sigma' = P \cos \alpha = P_n,$$

где P_n – проекция вектора поляризованности на внешнюю нормаль к поверхности диэлектрика в данной точке поверхности.

31. Вектор электрического смещения

Вектором электрического смещения \vec{D} называют величину, определяемую соотношением

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P},$$

где E – результирующее поле в диэлектрике.

Относительной диэлектрической проницаемостью среды называют величину

$$\epsilon = 1 + \chi.$$

С учетом этого

$$\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}.$$

32. Если поле реализовано в объеме однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ϵ , то напряженность поля и потенциал в диэлектрике в ϵ раз меньше, чем E и φ в той же точке в случае поля, создаваемого такой же конфигурацией свободных зарядов в вакууме

$$E = \frac{1}{\epsilon} E_{\text{вак}}, \quad \varphi = \frac{1}{\epsilon} \varphi_{\text{вак}}.$$

33. Теорема Гаусса для вектора электрического смещения

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV = \sum_{i=1}^n q_i,$$

где ρ – объемная плотность свободных зарядов q_i , заключенных внутри замкнутой поверхности S , ограниченной объемом V .

34. Условия для векторов \vec{D} и \vec{E} на границе двух диэлектриков

Нормальные компоненты вектора \vec{D} и касательные компоненты вектора \vec{E} при переходе через границу раздела двух диэлектриков, на которой нет свободных зарядов, не изменяются

$$D_{1n} = D_{2n},$$

$$E_{1\tau} = E_{2\tau}.$$

Для нормальных компонент вектора \vec{E} и касательных компонент вектора \vec{D} на такой границе раздела выполняются соотношения:

$$\varepsilon_1 E_{1n} = \varepsilon_2 E_{2n},$$

$$\frac{D_{1\tau}}{\varepsilon_1} = \frac{D_{2\tau}}{\varepsilon_2}.$$

Проводники в электростатическом поле. Энергия электрического поля

35. Напряженность электростатического поля вблизи поверхности проводника в среде с диэлектрической проницаемостью ε

$$E = E_n = \frac{\sigma}{\varepsilon\varepsilon_0}.$$

36. Электроемкость уединенного проводника

Потенциал уединенного проводника и его заряд связаны соотношением

$$\varphi = \frac{q}{C},$$

где C – электроемкость уединенного проводника.

Электроемкость уединенной проводящей сферы радиусом R , находящейся в безграничной среде с диэлектрической проницаемостью ε

$$C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_0 R.$$

37. Ёлектроёмкость конденсатора

Напряжение на обкладках конденсатора связано с зарядом соотношением

$$U = q / C,$$

где C – ёлектроёмкость конденсатора, U – разность потенциалов между его обкладками.

Ёлектроёмкость плоского конденсатора

$$C = \epsilon \epsilon_0 S / d,$$

где S – площадь каждой пластины; d – расстояние между пластинами; ϵ – диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего пространство между пластинами.

Ёлектроёмкость сферического конденсатора (две концентрические сферы радиусами R_1 и R_2 ($R_2 > R_1$), пространство между которыми заполнено диэлектриком с проницаемостью ϵ)

$$C = 4\pi\epsilon\epsilon_0 \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}.$$

Ёлектроёмкость цилиндрического конденсатора (два коаксиальных цилиндра радиусами r и R и длиной L ($L \gg r, R$), пространство между которыми заполнено диэлектриком с проницаемостью ϵ)

$$C = \frac{2\pi\epsilon\epsilon_0 L}{\ln(R / r)}.$$

38. Ёлектроёмкость системы конденсаторов

При параллельном соединении конденсаторов

$$C = \sum_{i=1}^n C_i,$$

где n – число конденсаторов в системе. При таком соединении

$$U_1 = U_2 = \dots = U_n,$$

а общий заряд на обкладках равен алгебраической сумме зарядов на отдельных конденсаторах

$$Q = \sum_{i=1}^n q_i.$$

При последовательном соединении того же числа конденсаторов

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i},$$

причем при таком соединении

$$U = \sum_{i=1}^n U_i,$$

где U_i – напряжение на каждом конденсаторе, а заряд на обкладках одинаков

$$q = q_1 = \dots = q_n.$$

39. Энергия уединенного заряженного проводника

$$W = \frac{q\varphi}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{C\varphi^2}{2},$$

где φ – потенциал, C – емкость проводника, q – избыточный заряд на нем.

40. Энергия заряженного конденсатора

Энергия заряженного конденсатора может быть рассчитана из следующих соотношений:

$$W = \frac{qU}{2} = \frac{q^2}{2C} = \frac{CU^2}{2}.$$

41. Объемная плотность энергии электрического поля в однородных изотропных диэлектриках

$$w = \frac{\varepsilon\varepsilon_0 E^2}{2} = \frac{ED}{2} = \frac{D^2}{2\varepsilon\varepsilon_0}.$$

Постоянный электрический ток

42. Сила тока

- Мгновенное значение силы тока $I = \frac{dq}{dt}$.

- Сила постоянного тока $I = \frac{q}{t}$.

43. Плотность тока $j = \frac{dI}{dS_{\perp}}$, где dS_{\perp} – площадь малого участка

поверхности, перпендикулярного к направлению движения зарядов в окрестности рассматриваемой точки. Вектор плотности тока $\vec{j} = en\langle\vec{u}\rangle$, e – величина отдельного носителя заряда, n – концентрация носителей, $\langle\vec{u}\rangle$ – средняя скорость их движения.

44. Электродвижущая сила (ЭДС) на участке цепи

$$\mathcal{E}_{12} = \frac{A^*}{q} = \int_1^2 \vec{E}^* d\vec{l}, \text{ где } A^* - \text{ работа сторонних сил по переносу заряда } q,$$

\vec{E}^* – напряженность сторонних сил.

45. Падение напряжения (напряжение) на участке цепи $U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}$, где $(\varphi_1 - \varphi_2)$ – разность потенциалов на концах участка; \mathcal{E}_{12} – результирующая ЭДС источников тока на участке.

46. Сопротивление однородного изотропного проводника $R = \frac{\rho l}{S}$, где ρ – удельное сопротивление, S – площадь поперечного сечения, l – длина проводника.

47. Удельная электропроводность $\sigma = 1/\rho$.

48. Сопротивление при соединении n проводников:

- последовательном $R = \sum_{i=1}^n R_i$,

- параллельном $\frac{1}{R} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$.

49. Закон Ома для линейного участка цепи в интегральной форме:

- для неоднородного участка $I = \frac{U_{12}}{R_{12}} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}_{12}}{R_{12}}$;

- для однородного участка ($\mathcal{E}_{12} = 0$) $I = \frac{U_{12}}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$;

- для замкнутого участка ($\varphi_1 = \varphi_2$) $I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$,

где R_{12} – общее сопротивление участка цепи; r – общее внутреннее сопротивление источников тока на участке цепи, R – внешнее (по отношению к источнику) сопротивление участка. В общем случае $R_{12} = R + r$.

50. Закон Ома для линейного участка цепи в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \sigma(\vec{E} + \vec{E}^*),$$

где \vec{E} – напряженность электростатического поля, \vec{E}^* – напряженность сторонних сил.

51. Работа и мощность тока

$$\delta A_{12} = IU_{12} dt = I^2 R_{12} dt = \frac{U_{12}^2}{R_{12}} dt; \quad P_{12} = IU_{12}.$$

52. Закон Джоуля – Ленца в интегральной форме

$$Q = IU_{12} t = I^2 R_{12} t = \frac{U_{12}^2}{R_{12}} t.$$

53. Закон Джоуля – Ленца в дифференциальной форме

$$Q_{\text{уд}} = \frac{\delta Q}{dV dt} = \rho j^2 = \vec{j}(\vec{E} + \vec{E}^*).$$

54. Первое и второе правила Кирхгофа:

1. Алгебраическая сумма токов в узле равна нулю: $\sum_k I_k = 0$.

2. Алгебраическая сумма падений напряжений на участках цепи при обходе любого замкнутого контура равна алгебраической сумме ЭДС, действующих в этом контуре: $\sum_k I_k R_k = \sum_i \mathcal{E}_i$.

1.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1.

Положительный точечный заряд 50 мкКл находится на плоскости YOX в точке с радиус-вектором $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, где \vec{i}, \vec{j} - орты осей X и Y . Найти модуль и направление вектора напряженности электрического поля \vec{E} в точке с радиус-вектором $\vec{r} = 8\vec{i} - 5\vec{j}$. Величины r_0 и r даны в метрах.

Дано: $q = 50 \cdot 10^{-6} \text{ Кл}$, $\vec{r}_0 = 2\vec{i} + 3\vec{j}$, $\vec{r} = 8\vec{i} - 5\vec{j}$.

Найти: $\vec{E}(\vec{r})$.

Решение.

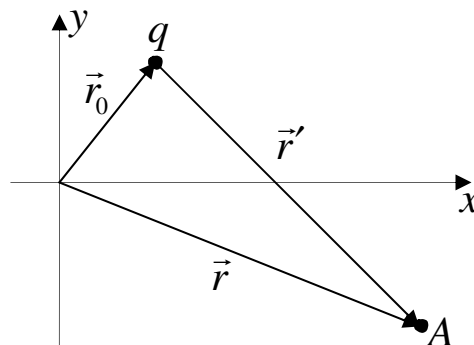


Рис. 2

Обозначим A точку, в которой ищем напряженность поля, созданного зарядом q (рис. 2).

В векторной форме $\vec{E} = E \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|}$, где \vec{r}' – вектор, проведенный от

заряда в точку A , $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{(r')^2}$. Из рис. 2 следует, что $\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_0$, или

$$\vec{r}' = 8\vec{i} - 5\vec{j} - (2\vec{i} + 3\vec{j}) = 6\vec{i} - 8\vec{j}, |\vec{r}'| = \sqrt{(r'_x)^2 + (r'_y)^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ м.}$$

Модуль вектора \vec{E} :

$$E = \frac{kq}{(r')^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \cdot 5 \cdot 10^{-6}}{10^2} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ В/м.}$$

Найдем направление вектора \vec{E}

$$\vec{E} = E \frac{\vec{r}'}{|\vec{r}'|} = 4,5 \cdot 10^3 \cdot \frac{6\vec{i} - 8\vec{j}}{10} = 2,7\vec{i} - 3,6\vec{j}.$$

Пример 2.

Заряд q распределен равномерно по объему шара радиусом R . Найти распределение напряженности поля как функцию $E(r)$ и потенциал в центре шара.

Дано: $q, R; \rho = \text{const.}$

Найти: $E(r), \varphi(0).$

Решение.

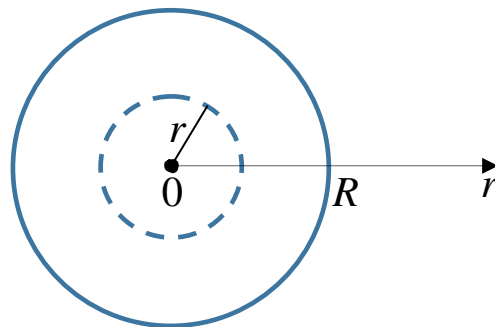


Рис. 3

Так как поле шара является центрально-симметричным, направим ось от центра шара по радиальной линии (рис. 3).

Применим теорему Гаусса для вектора \vec{E} к сфере радиуса $r \leq R$

с центром в начале координат $\oint_s E_n ds = \frac{\sum q_i}{\epsilon_0}$.

Левая часть теоремы Гаусса

$$\oint_S E_n ds = \oint_S E ds = E \cdot 4\pi r^2.$$

Правая часть теоремы Гаусса

$$\frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \rho V,$$

где V – объем сферы радиуса r . Тогда

$$\frac{\sum q_i}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3} \cdot \frac{4}{3}\pi r^3 = \frac{q}{\epsilon_0} \frac{r^3}{R^3}.$$

Приравняем $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0} \frac{r^3}{R^3}$, откуда $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{r}{R^3} = \frac{kqr}{R^3}$.

Если применить теорему Гаусса к сфере радиусом $r > R$, получим $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{q}{\epsilon_0}$, или $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{kq}{r^2}$.

Для напряженности поля, созданного равномерно заряженной сферой, получим

$$\left. \begin{aligned} E &= \frac{kqr}{R^3}, r \leq R \\ E &= \frac{kq}{r^2}, r > R \end{aligned} \right\}.$$

Связь напряженности с потенциалом: $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, или $d\varphi = -E dr$.

Внутри шара для $r \leq R$:

$$\varphi(r) = -\int \frac{kqr}{R^3} dr = -\frac{kq}{R^3} \frac{r^2}{2} + C. \quad (1)$$

Найдем постоянную C .

Известно, что на поверхности шара

$$\varphi(R) = \frac{kq}{R}. \quad (2)$$

Подставим (2) в (1) для $r = R$:

$$\frac{kq}{R} = -\frac{kq}{2R} + C, \text{ откуда } C = \frac{3}{2} \frac{kq}{R}.$$

То есть внутри шара потенциал поля меняется по закону

$$\varphi(r) = -\frac{kq}{2R^3} r^2 + \frac{3}{2} \frac{kq}{R}.$$

Потенциал в центре шара

$$\varphi(0) = \frac{3 kq}{2 R}.$$

Пример 3.

Три одинаковых одноименных заряда q массы m каждый соединены невесомыми, нерастяжимыми и непроводящими нитями длины a каждая. Одну нить пережигают. Найти работу сил поля после того, как заряды стали неподвижны.

Дано: q, a .

Найти: A .

Решение.

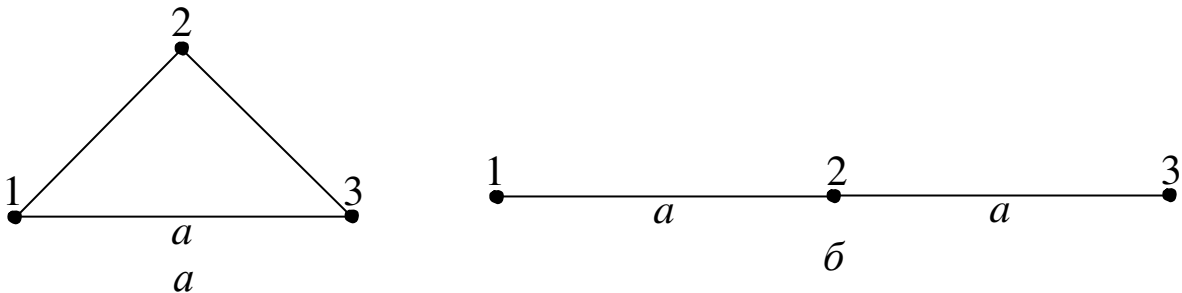


Рис. 4

Конфигурация системы зарядов меняется так, как показано на рис. 4. Работа сил поля равна убыли потенциальной энергии системы $A = -\Delta W = W_1 - W_2$.

Потенциальная энергия системы точечных зарядов в исходном положении (рис. 4,а):

$$W_1 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 q_i \varphi_i = \frac{3}{2} q_i \varphi_i = \frac{3}{2} q \cdot 2 \frac{kq}{a} = 3 \frac{kq^2}{a}.$$

Потенциальная энергия системы в конечном положении (рис. 4,б):

$$W_2 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 q_i \varphi_i = \frac{1}{2} (2q_1 \varphi_1 + q_2 \varphi_2) = \frac{1}{2} \left[2q \left(\frac{kq}{a} + \frac{kq}{2a} \right) + q \cdot 2 \frac{kq}{a} \right] = \frac{5 kq^2}{2 a},$$

$$A = 3 \frac{kq^2}{a} - \frac{5 kq^2}{2 a} = \frac{1 kq^2}{2 a}.$$

Пример 4.

Имеются два тонких проволочных кольца радиуса R каждое, оси которых совпадают. Заряды колец равны q и $-q$. Найти разность потенциалов между центрами колец, находящимися друг от друга на расстоянии a .

Дано: $R, q, -q, a$.

Найти: $\Delta\varphi$.

Решение.

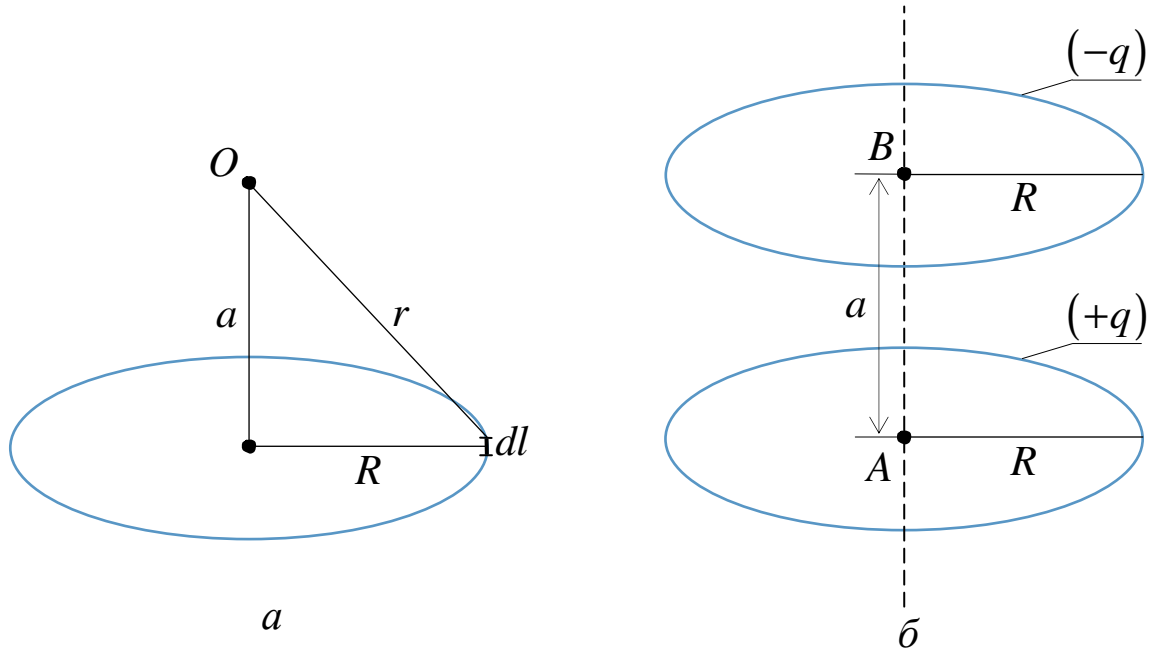


Рис. 5

Найдем потенциал равномерно заряженного кольца на расстоянии a от его плоскости по оси симметрии (рис. 5,а).

Потенциал поля элементарного участка кольца dl

$$d\varphi = \frac{k dq}{r} = \frac{k \tau dl}{\sqrt{R^2 + a^2}};$$

$$\varphi = \oint_L d\varphi = \int_0^{2\pi R} \frac{k \tau dl}{\sqrt{R^2 + a^2}} = \frac{k \tau \cdot 2\pi R}{\sqrt{R^2 + a^2}} = \frac{kq}{\sqrt{R^2 + a^2}}.$$

В центре кольца ($a = 0$) $\varphi = \frac{kq}{R}$.

Потенциал результирующего поля в точке A

$$\varphi_A = \frac{kq}{R} - \frac{kq}{\sqrt{R^2 + a^2}}.$$

В точке B

$$\varphi_B = -\frac{kq}{R} + \frac{kq}{\sqrt{R^2 + a^2}}.$$

Искомая разность потенциалов

$$\Delta\varphi = \varphi_A - \varphi_B = 2 \left(\frac{kq}{R} - \frac{kq}{\sqrt{R^2 + a^2}} \right).$$

Пример 5.

Пренебрегая рассеянием поля вблизи краев обкладок, получить выражение для емкости C цилиндрического конденсатора. Радиусы обкладок r_1 и r_2 ($r_1 < r_2$), длина их l . Зазор между обкладками заполнен диэлектриком с проницаемостью ε .

Дано: r_1, r_2, l, ε .

Найти: C .

Решение.

Найдем емкость конденсатора из соотношения между зарядом на обкладках и разностью потенциалов между обкладками

$$Q = C \cdot U, \quad (1)$$

где

$$Q = \tau \cdot l. \quad (2)$$

Для $r_1 < r < r_2$ напряженность поля $E(r) = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r}$.

Связь потенциала с напряженностью поля $E = -\frac{d\varphi}{dr}$, или $d\varphi = -E dr$.

$$\varphi_2 - \varphi_1 = -\int_{r_1}^{r_2} \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon r} dr = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{r_2}{r_1},$$

$$U = |\Delta\varphi| = \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}. \quad (3)$$

Подставляем (2) и (3) в (1)

$$\tau \cdot l = C \cdot \frac{\tau}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon} \ln \frac{r_2}{r_1}, \text{ откуда}$$

$$C = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon l}{\ln \frac{r_2}{r_1}}.$$

Пример 6.

Точечный заряд $q = 3$ мкКл помещается в центре шарового слоя из однородного и изотропного диэлектрика с $\varepsilon = 3$. Внутренний радиус слоя $r_1 = 25$ см, внешний $r_2 = 50$ см. Найти энергию W , заключенную в пределах диэлектрика.

Дано: $q = 3 \cdot 10^{-6}$ Кл, $r_1 = 0,25$ м, $r_2 = 0,50$ м, $\varepsilon = 3$.

Найти: W для $r_1 \leq r \leq r_2$.

Решение.

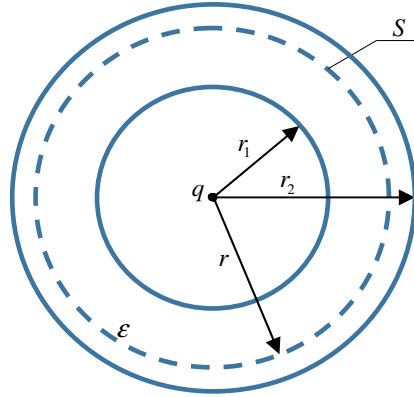


Рис. 6

Энергия электрического поля в объеме V в общем случае находится по формуле $W = \int_V \omega dV$, где ω – плотность энергии поля. В

случае однородного изотропного диэлектрика $\omega = \frac{\epsilon\epsilon_0 E^2}{2} = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0}$.

Найдем зависимость электрического смещения D от расстояния r до заряда, используя теорему Гаусса для вектора \vec{D} и сферы радиусом r (рис. 6).

$$\oint_S D_n ds = \sum_i q_i = q.$$

$$D(r) \cdot 4\pi r^2 = q; \quad D(r) = \frac{q}{4\pi r^2}.$$

Рассмотрим шаровой слой малой толщины $dr \ll r$, так что внутри слоя можно считать $E = const$.

$$\text{Тогда плотность энергии поля в нем } \omega(r) = \frac{D^2}{2\epsilon\epsilon_0} = \left(\frac{q}{4\pi r^2} \right)^2 \frac{1}{2\epsilon\epsilon_0}.$$

Объем тонкого слоя $dV = 4\pi r^2 dr$.

$$\text{Энергия такого слоя } \omega(r)dV = \left(\frac{q}{4\pi r^2} \right)^2 \frac{1}{2\epsilon\epsilon_0} \cdot 4\pi r^2 dr = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dr}{r^2}.$$

Окончательно

$$W = \int_V \omega dV = \int_{r_1}^{r_2} \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \frac{dr}{r^2} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_1}^{r_2} = \frac{q^2}{8\pi\epsilon\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 27 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Пример 7.

Первоначально пространство между обкладками плоского конденсатора заполнено воздухом, и напряженность поля в зазоре

равна E_0 . Затем половину зазора, как показано на рис. 7, заполнили однородным изотропным диэлектриком с проницаемостью ε . Найти модули векторов \vec{E} и \vec{D} в обеих частях зазора, если при введении диэлектрика:

а) конденсатор был предварительно заряжен и отключен от источника питания;

б) конденсатор был подключен к источнику питания.

Дано: E_0 , $d_1 = d_2 = \frac{d}{2}$, ε .

а) $q = const$;

б) $U = const$.

Найти: E_1, E_2, D_1, D_2 .

Решение.

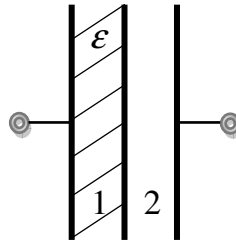


Рис. 7

До заполнения диэлектриком части конденсатора выполнялось соотношение $\vec{D} = \varepsilon_0 \vec{E}_0$, после заполнения справедливы стали соотношения $\vec{D}_1 = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}_1$, $\vec{D}_2 = \varepsilon \varepsilon_0 \vec{E}_2$, где индекс 1 соответствует характеристикам поля в слое диэлектрика, индекс 2 – в прилегающем к нему воздушном слое. Во всех случаях векторы \vec{E} и \vec{D} перпендикулярны границе раздела диэлектрик-воздух. С учетом граничных условий для вектора \vec{D} (на границе раздела двух диэлектриков, на которой нет свободных зарядов, нормальная составляющая вектора \vec{D} меняется непрерывно: $D_{1n} = D_{2n}$), в нашем случае можно записать

$$D_1 = D_2. \quad (1)$$

Связь электрического смещения и напряженностей поля в скалярном виде

$$D = \varepsilon_0 E_0, \quad D_1 = \varepsilon \varepsilon_0 E_1, \quad D_2 = \varepsilon_0 E_2. \quad (2)$$

Рассмотрим случай $a) q = const$. Так как, согласно теореме Гаусса, для вектора \vec{D} ($\oint_S \vec{D} d\vec{s} = \sum_i q_i$), он определяется только свободными зарядами, в случае $a)$ можно записать

$$D = D_1 = D_2. \quad (3)$$

Решая систему уравнений (2)–(3), получим

$$E_2 = E_0, \quad E_1 = \frac{E_0}{\varepsilon}.$$

$$D = D_1 = D_2 = \varepsilon_0 E_0.$$

Рассмотрим случай $b) U = const$. Из системы уравнений (1) – (2) следует

$$\varepsilon E_1 = E_2. \quad (4)$$

Учтем, что

$$E_0 d = U. \quad (5)$$

После заполнения части конденсатора диэлектриком

$$U = U_1 + U_2 = E_1 \frac{d}{2} + E_2 \frac{d}{2}. \quad (6)$$

Из (5) и (6) следует

$$E_0 = \frac{E_1 + E_2}{2}. \quad (7)$$

Из (7) и (4) получим $2E_0 = (1 + \varepsilon)E_1$, или $E_1 = \frac{2}{1 + \varepsilon} E_0$;

$$E_2 = \frac{2\varepsilon}{1 + \varepsilon} E_0; \quad D_1 = D_2 = \varepsilon_0 E_2 = \frac{2\varepsilon\varepsilon_0}{1 + \varepsilon} E_0.$$

Пример 8.

Амперметр и вольтметр подключили последовательно к батарее с $\mathcal{E} = 6$ В, сопротивлением которой можно пренебречь. Если параллельно вольтметру подключить некоторое сопротивление, то показание вольтметра уменьшается в $\eta = 2$ раза, а показание амперметра во столько же раз увеличивается. Найти показание вольтметра после подключения сопротивления.

$$\text{Дано: } \mathcal{E} = 6 \text{ В, } \frac{U_V}{U'_V} = \eta, \quad \frac{I_A}{I'_A} = \frac{1}{\eta}.$$

Найти: U'_V .

Решение.

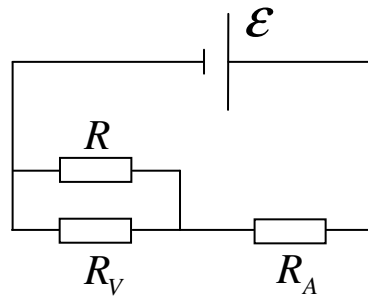


Рис. 8

Обозначим сопротивления вольтметра и амперметра соответственно R_V и R_A , а подключаемое сопротивление R (рис. 8); падения напряжения на R_V и R_A до подключения сопротивления R обозначим U_V и U_A , после подключения U'_V и U'_A соответственно. Тогда можно записать $U_A = I_A R_A$, $U'_A = I'_A R_A$, и от отношения токов перейти к отношению падений напряжений на амперметре:

$$\frac{I_A}{I'_A} = \frac{U_A}{U'_A} = \frac{1}{\eta}. \quad (1)$$

Запишем закон Ома для рассматриваемой цепи до и после подключения сопротивления

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E} &= U_V + U_A, \\ \mathcal{E} &= U'_V + U'_A. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Учитывая условие задачи и выражение (1), систему уравнений (2) можно преобразовать так:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E} &= U'_V + U'_A, \\ \mathcal{E} &= \eta U'_V + \frac{U'_A}{\eta}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Решая систему уравнений (3) относительно U'_V , получим

$$U'_V = \frac{\mathcal{E}}{1 + \eta} = 2 \text{ В.}$$

Пример 9. В схеме на рис. 9,а заданы сопротивления R_1 и R_2 , а также ЭДС источников \mathcal{E}_1 и \mathcal{E}_2 . Внутренние сопротивления источников пренебрежимо малы. При каком значении сопротивления R выделяемая на нем тепловая мощность максимальна? Чему она равна?

Дано: \mathcal{E}_1 , \mathcal{E}_2 , R_1 , R_2 .

Найти: R , $P_{R_{\max}}$.

Решение.

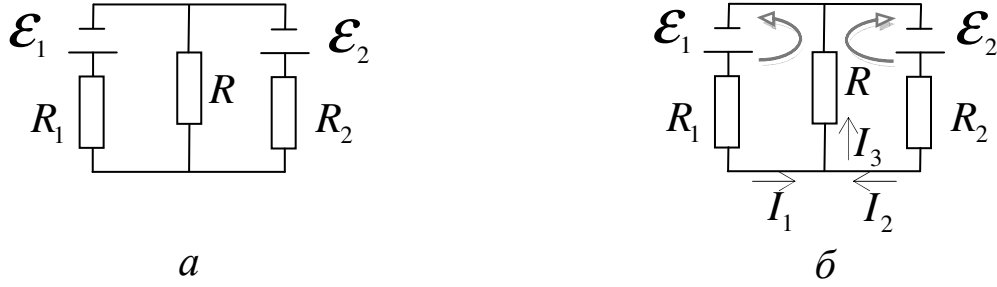


Рис. 9

Применим к предложенной разветвленной схеме правила Кирхгофа. Для этого обозначим токи, протекающие по ветвям цепи, как I_1 , I_2 , I_3 (рис 9,б). Для выбранных направлений токов, согласно первому правилу Кирхгофа, выполняется равенство

$$I_1 + I_2 = I_3. \quad (1)$$

Выберем направление обхода замкнутых контуров $\mathcal{E}_1 R_1 R$ и $\mathcal{E}_2 R_2 R$ и запишем для них второе правило Кирхгофа

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_1 &= I_1 R_1 + I_3 R, \\ \mathcal{E}_2 &= I_2 R_2 + I_3 R. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Тепловая мощность, выделяемая на сопротивлении R :

$$P_R = I_3^2 R. \quad (3)$$

Найдем из системы уравнений (1) – (2) ток I_3 и подставим в (3).

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_1 - I_3 R}{R_1} + \frac{\mathcal{E}_2 - I_3 R}{R_2},$$

$$I_3 R_1 R_2 = \mathcal{E}_1 R_2 - I_3 R R_2 + \mathcal{E}_2 R_1 - I_3 R R_1,$$

$$I_3 = \frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1},$$

$$P_R = \left(\frac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 R_2 + R R_2 + R R_1} \right)^2 \cdot R. \quad (4)$$

Найдем значение R , при котором $P_{R_{\max}}$, из выражения $\frac{dP_R}{dR} = 0$.

Для этого достаточно продифференцировать функцию

$$\frac{R}{(R_1 R_2 + R R_2 + R R_1)^2} \text{ по } R:$$

$$\frac{1}{(R_1 R_2 + R R_2 + R R_1)^2} - \frac{2R(R_2 + R_1)}{(R_1 R_2 + R R_2 + R R_1)^3} = 0.$$

$$R_1 R_2 - R R_1 - R R_2 = 0.$$

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (5)$$

– получили значение сопротивления R , при котором на нем выделяется максимальная тепловая мощность. Найдем ее, подставив (5) в (4):

$$P_{R_{\max}} = \frac{(\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1)^2}{4 R_1 R_2 (R_1 + R_2)}.$$

Пример 10.

На рис. 10,а изображена разветвленная цепь постоянного тока, в которой элементы имеют следующие значения: $\mathcal{E}_1 = 1$ В, $\mathcal{E}_2 = 2$ В, $\mathcal{E}_3 = 3$ В, $\mathcal{E}_4 = 4$ В, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом. Определить токи $I_1 - I_4$, текущие через сопротивления. Внутренними сопротивлениями источников пренебречь.

Дано: $\mathcal{E}_1 = 1$ В, $\mathcal{E}_2 = 2$ В, $\mathcal{E}_3 = 3$ В, $\mathcal{E}_4 = 4$ В, $R_1 = 1$ Ом, $R_2 = 2$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $R_4 = 4$ Ом.

Найти: I_1, I_2, I_3, I_4 .

Решение.

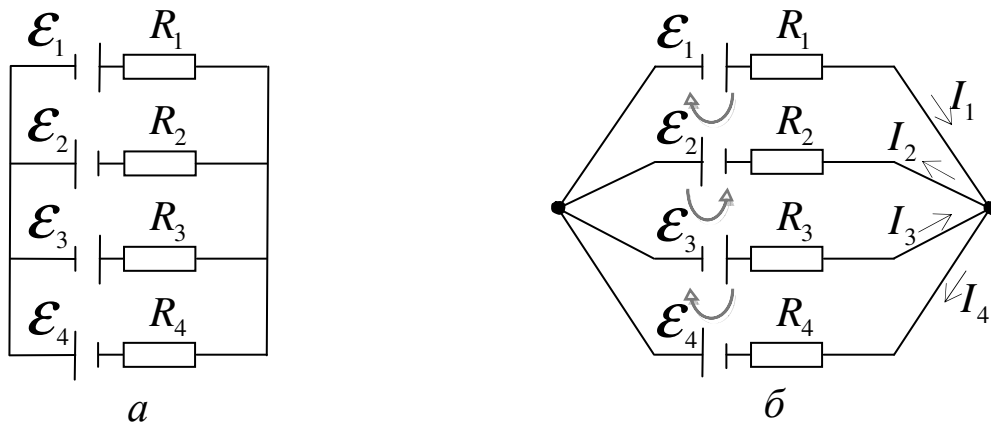


Рис. 10

Схему можно представить так, как она изображена на рис. 10,б. Для нее и выбранных направлений токов первое правило Кирхгофа выглядит так:

$$I_1 + I_3 = I_2 + I_4. \quad (1)$$

Второе правило Кирхгофа запишем для трех замкнутых контуров $\mathcal{E}_1 - R_1 - R_2 - \mathcal{E}_2$, $\mathcal{E}_2 - R_2 - R_3 - \mathcal{E}_3$, $\mathcal{E}_3 - R_3 - R_4 - \mathcal{E}_4$, выбрав направление обхода для каждого из них, например, так, как показано на рис. 10,б.

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{E}_1 + \mathcal{E}_2 &= I_1 R_1 + I_2 R_2, \\ \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 &= I_3 R_3 + I_2 R_2, \\ \mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 &= I_3 R_3 + I_4 R_4. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В выражениях (2) учтено, что ЭДС считается положительной, если выделяет ток в направлении обхода контура, а падение напряжения на сопротивлении положительно, если ток через него совпадает по направлению с обходом контура.

Найдем из системы уравнений (1) – (2) искомые токи.

$$\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 = I_1 R_1 - I_3 R_3, \quad I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 + I_3 R_3}{R_1}; \quad (3)$$

$$\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4 = I_2 R_2 - I_4 R_4, \quad I_2 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4 + I_4 R_4}{R_2}; \quad (4)$$

$$\frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 + I_3 R_3}{R_1} + I_3 = \frac{\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4 + I_4 R_4}{R_2} + I_4.$$

Из последнего выражения получаем

$$I_3 = \frac{R_1 (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4) - R_2 (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3) + I_4 (R_4 R_1 + R_2 R_1)}{R_3 R_2 + R_1 R_2}; \quad (5)$$

$$\mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4 = I_4 R_4 + \frac{R_3}{R_3 R_2 + R_1 R_2} \left[R_1 (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4) - R_2 (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3) + R_1 (R_4 + R_2) I_4 \right].$$

Отсюда выразим I_4 :

$$I_4 = \frac{R_2 (R_3 + R_1) (\mathcal{E}_3 + \mathcal{E}_4) + R_3 R_2 (\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3) - R_3 R_1 (\mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_4)}{R_4 R_2 (R_3 + R_1) + R_1 R_3 (R_4 + R_2)} = 1 \text{ А.}$$

Подставив полученное значение для I_4 в (5), получим $I_3 = 1 \text{ А}$.
Далее можно рассчитать по (3) и (4) остальные токи

$$I_1 = I_2 = 1 \text{ А.}$$

1.4. ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Таблица 1

№	Номера задач									
1	1	98	150	177	204	237	309	340	377	418
2	2	99	151	178	205	238	308	341	376	419
3	3	100	110	179	206	239	307	342	404	420
4	4	95	111	180	207	240	306	343	375	421
5	5	96	112	181	208	241	305	344	374	422
6	6	97	113	182	209	242	304	345	373	430
7	7	89	114	183	210	243	301	346	372	429
8	8	90	115	184	211	244	302	347	371	428
9	9	91	116	185	212	261	303	348	364	427
10	10	92	117	186	207	262	297	349	365	426
11	11	93	118	187	213	254	298	350	366	425
12	12	94	119	153	214	235	299	351	367	424
13	13	83	120	188	215	236	300	313	368	423
14	14	84	130	189	216	255	269	314	369	418
15	15	85	129	190	217	254	270	315	370	419
16	16	86	128	191	218	256	271	316	363	420
17	30	87	106	192	219	257	272	317	355	421
18	31	88	107	193	220	258	273	318	356	422
19	32	69	108	194	221	259	274	319	357	430
20	33	70	109	154	222	260	275	320	358	429
21	17	60	141	155	223	263	276	321	359	428
22	18	61	140	156	224	264	277	322	360	427
23	19	62	139	157	225	265	278	323	361	426
24	20	50	138	158	226	266	279	324	362	425
25	21	51	137	159	227	267	280	325	378	406
26	22	52	136	195	228	245	281	329	379	407
27	23	53	135	196	229	246	282	330	380	408
28	24	54	134	160	223	247	283	331	381	409
29	25	55	133	161	224	248	284	332	382	410
30	26	56	132	162	225	249	285	333	383	411
31	27	57	131	163	226	250	286	334	384	412
32	28	58	121	164	227	251	287	335	385	413
33	29	59	122	165	228	252	288	336	386	414
34	34	63	123	166	230	253	289	337	387	432
35	35	65	124	167	231	254	290	338	388	433
36	36	66	125	168	232	255	291	339	389	434
37	37	67	126	169	233	256	292	326	390	435
38	38	68	127	170	207	257	293	327	391	456
39	39	71	142	171	208	258	294	328	392	416
40	43	72	143	172	209	259	295	313	393	417
41	44	73	144	173	210	260	296	314	394	436
42	45	74	145	174	211	261	297	315	395	435
43	46	75	146	175	212	262	298	316	396	434
44	47	76	147	176	204	251	299	317	397	433
45	48	77	148	197	205	252	300	318	398	432
46	34	78	149	198	206	253	310	319	399	431
47	35	79	102	199	219	235	311	343	400	415
48	36	80	103	200	220	236	307	344	401	416
49	37	81	104	201	221	243	308	345	402	417
50	38	82	105	202	222	244	306	346	403	414

РАЗДЕЛ 2. СТАЦИОНАРНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

2.1. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРИИ

1. Магнитное поле постоянного тока. Закон Био – Савара – Лапласа.
2. Ток в магнитном поле (сила Ампера).
3. Движение заряда в статических электрическом и магнитном полях.
4. Контур с током в магнитном поле. Магнитный и механический моменты.
5. Работа по перемещению проводника и контура с током в магнитном поле.
6. Потенциальная энергия контура с током в магнитном поле. Контур с током в неоднородном магнитном поле.
7. Магнитные поля соленоида и тороида.
8. Магнитное поле в веществе.

2.2. ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Стационарное магнитное поле в вакууме

1. Связь напряженности с индукцией магнитного поля в вакууме:

$$\vec{H} = \vec{B} / \mu_0,$$

где μ_0 – магнитная постоянная.

2. Магнитное поле движущегося заряда:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 q [\vec{v} \vec{r}]}{4\pi r^3},$$

где \vec{r} – радиус-вектор точки поля с индукцией \vec{B} , проведенный из точки нахождения заряда q , \vec{v} – скорость движения заряда.

3. Закон Био – Савара – Лапласа:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I [d\vec{l}, \vec{r}]}{r^3}, \quad dB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I \sin \alpha}{r^2} dl,$$

где $d\vec{B}$ – индукция магнитного поля, создаваемая элементом проводника $d\vec{l}$, взятым по направлению тока I , \vec{r} – радиус-вектор,

проведенный из начала элемента проводника к точке, где определяется магнитная индукция, α – угол между векторами \vec{r} и $d\vec{l}$.

4. Принцип суперпозиции магнитных полей

Индукция магнитного поля \vec{B} в данной точке, создаваемая несколькими движущимися зарядами (токами), равна векторной сумме индукций магнитных полей \vec{B}_i , создаваемых каждым зарядом (током) в отдельности:

$$\vec{B} = \sum_{i=1}^N \vec{B}_i.$$

5. Индукция магнитного поля, создаваемая отрезком прямолинейного проводника с током конечной длины:

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2), \quad (2.1)$$

где I – ток, текущий по проводнику, h – кратчайшее расстояние от точки, где определяется индукция, до проводника, углы α_1 , α_2 образованы направлением тока и векторами, проведенными из концов отрезка в точку наблюдения.

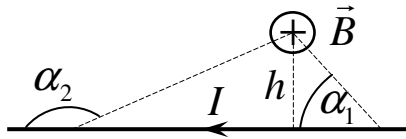


Рис. 11

6. Магнитная индукция бесконечно длинного прямого проводника (поле прямого тока)

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{I}{h},$$

где h – кратчайшее расстояние от точки наблюдения до проводника.

7. Индукция магнитного поля на оси кругового тока I :

$$B = \frac{\mu_0 R^2 I}{2(R^2 + h^2)^{3/2}},$$

где R – радиус кругового контура с током, h – расстояние от точки, где находится индукция магнитного поля, до плоскости контура.

Индукция магнитного поля в центре кругового тока

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R},$$

где R – радиус кругового контура с током.

8. Сила Лоренца:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}\vec{B}],$$

– сила, действующая на заряд q , движущийся со скоростью \vec{v} в магнитном поле с индукцией \vec{B} и электрическом поле с напряженностью \vec{E} . Магнитная составляющая силы Лоренца и ее модуль

$$\vec{F}_M = q[\vec{v}\vec{B}], \quad F_M = q|\vec{v}||\vec{B}|\sin\alpha,$$

где α – угол между векторами \vec{v} и \vec{B} .

9. Сила Ампера – сила, действующая на элемент проводника $d\vec{l}$ с током I в магнитном поле с индукцией \vec{B} :

$$d\vec{F} = I[d\vec{l}\vec{B}].$$

Модуль ее равен $dF = IBdl \sin\alpha$, где α – угол между векторами $d\vec{l}$ и \vec{B} .

10. Сила взаимодействия на единицу длины двух прямолинейных бесконечно длинных параллельных проводов с токами I_1, I_2 :

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2}{d},$$

где d – расстояние между ними.

11. Магнитный момент плоского контура с током

$$\vec{p}_m = I\vec{n}S,$$

где I – ток в контуре, S – площадь поверхности контура, \vec{n} – нормаль к этой поверхности; направление вектора магнитного момента образует правовинтовую систему с направлением тока.

12. Механический момент (вращающий момент пары сил), действующий на замкнутый контур с током в однородном магнитном поле с индукцией \vec{B}

$$\vec{M} = [\vec{p}_m \vec{B}], \quad M = p_m B \sin\alpha,$$

где α – угол между нормалью \vec{n} к поверхности контура и вектором \vec{B} .

13. Поток вектора магнитной индукции \vec{B} через произвольную поверхность

$$\int_S \vec{B}d\vec{S} = \int_S B dS \cos\alpha,$$

где dS – элемент поверхности, α – угол между нормалью к элементу поверхности и вектором \vec{B} .

14. Работа сил поля при перемещении проводника с постоянным током в магнитном поле:

$$A = I\Delta\Phi,$$

где I – ток проводника. В случае, если в поле находится незамкнутый проводник, $\Delta\Phi$ – величина потока через поверхность S , образованную в пространстве перемещением проводника. Если проводник замкнут, то $\Delta\Phi = (\Phi_2 - \Phi_1)$ – изменение магнитного потока через контур при его перемещении.

15. Потенциальная энергия контура с током в однородном магнитном поле:

$$W = -I\Phi = -(\vec{p}_m \vec{B}),$$

где \vec{p}_m – вектор магнитного момента контура с током.

16. Потенциальная энергия контура с током в неоднородном магнитном поле:

$$W = -I\Phi.$$

17. Величина силы, действующей на контур с током в неоднородном поле аксиальной симметрии:

$$\vec{F} = (\vec{p}_m \text{grad}\vec{B}),$$

где α – угол между векторами магнитного момента контура с током \vec{p}_m и магнитной индукции \vec{B} .

18. Теорема Гаусса

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0$$

– поток вектора магнитной индукции через произвольную замкнутую поверхность равен нулю.

19. Теорема о циркуляции для вектора \vec{B}

$$\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i$$

– циркуляция вектора магнитной индукции по произвольному замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов, охватываемых этим контуром.

20. Магнитное поле бесконечно длинного соленоида без магнитного сердечника

$$B = \mu_0 n I,$$

где $n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины соленооида, I – ток соленооида.

21. Для соленооида конечной длины индукция поля на его оси равна

$$B = \frac{1}{2} \mu_0 n I (\cos \beta_1 - \cos \beta_2).$$

Углы β_1, β_2 находятся между направлениями вектора \vec{B} и векторов, проведенных из точки наблюдения к границе соленооида (рис. 12).

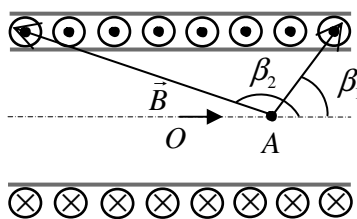


Рис. 12

22. Величина индукции магнитного поля тороида без магнитного сердечника

$$B = \mu_0 \frac{NI}{2\pi r} = \mu_0 n I \frac{R}{r},$$

где R – радиус тороида по средней линии, r – расстояние от центра симметрии до рассматриваемой точки в объеме тороида (см. рис. 13).

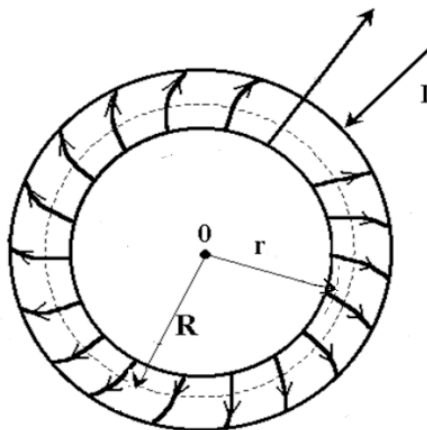


Рис. 13

Для тонкого тороида ($r \approx R$) индукция поля в тороиде может быть рассчитана по формуле

$$B = \mu_0 n I.$$

Магнитное поле в веществе

23. Орбитальные магнитный \vec{p}_m и механический \vec{L} моменты электрона при движении его со скоростью v по орбите атома радиуса r

$$\vec{p}_m = \vec{n}IS, \quad p_m = e\upsilon r/2,$$

$$\vec{L} = [\vec{r}, m\vec{v}], \quad L = m\upsilon r.$$

24. Гиромагнитное отношение для орбитального магнитного и механического моментов электрона

$$p_m/L = -e/2m.$$

25. Вектор намагничивания

$$\vec{J} = \frac{1}{V} \sum_v \vec{p}_m$$

равен сумме магнитных моментов \vec{p}_m атомов или молекул внутри некоторого физически малого объема V , отнесенной к величине этого объема.

26. Теорема о циркуляции для вектора напряженности в магнетике (закон полного тока для тока проводимости).

Циркуляция вектора напряженности по замкнутому контуру равна алгебраической сумме токов проводимости I , которые охватываются контуром

$$\oint \vec{H} d\vec{l} = \sum I.$$

27. Относительные магнитная восприимчивость и магнитная проницаемость магнетика

В каждой точке магнетика векторы намагничивания и напряженности связаны следующим образом:

$$\vec{J} = \chi \vec{H},$$

где χ – магнитная восприимчивость. В неферромагнитной среде в случае не слишком сильных полей $\chi = \text{const}$. Безразмерная величина $\mu = 1 + \chi$, показывающая, во сколько раз поле в вакууме больше, чем поле в веществе, называется относительной магнитной проницаемостью.

28. Связь векторов \vec{J} , \vec{H} и \vec{B} в магнетике

$$\vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J}) = \mu\mu_0\vec{H}.$$

Связь между магнитной индукцией поля в ферромагнетике и напряженностью намагничивающего поля для железа и стали выражается графически (рис. 14).

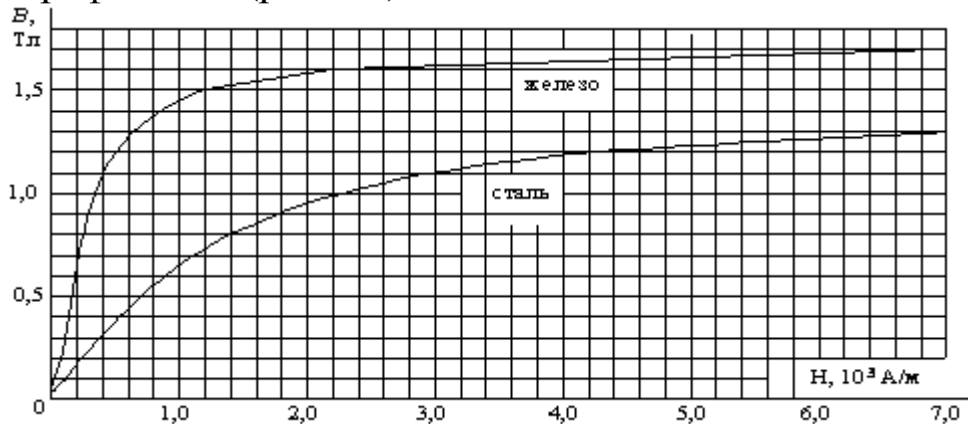


Рис. 14

29. Условия на границе двух магнетиков с относительными магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2 .

$$\begin{aligned} B_{1n} &= B_{2n}, \quad H_{1\tau} = H_{2\tau}, \\ \frac{H_{1n}}{H_{2n}} &= \frac{\mu_2}{\mu_1}, \quad \frac{B_{1\tau}}{B_{2\tau}} = \frac{\mu_1}{\mu_2}, \end{aligned}$$

где B_{1n} , B_{2n} , $H_{1\tau}$, $H_{2\tau}$ — соответственно нормальные и тангенциальные составляющие вектора магнитной индукции и вектора напряженности в первой и во второй средах.

30. Потокосцепление (полный магнитный поток через все витки соленоида или тороида)

$$\Psi = N\Phi,$$

где Φ — магнитный поток через один виток, N — число витков соленоида или тороида.

31. Поле тонкого тороида с ферромагнитным сердечником

А) Для тороида с сердечником без зазора индукция поля в тороиде может быть рассчитана по формуле

$$B = \mu\mu_0 nI.$$

Б) Для тороида с зазором длиной l_2 в сердечнике длиной l_1 (причем $l_2 \ll l_1$, рис. 15).

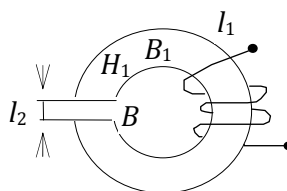


Рис. 15

$$B = B_1 = B_2 = \frac{NI}{\frac{l_1}{\mu_1\mu_0} + \frac{l_2}{\mu_0}},$$

$$H_1 = \frac{B}{\mu_1\mu_0}, H_2 = \frac{B}{\mu_0}.$$

2.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1.

Ток силы $I = 1$ А протекает по контуру, имеющему форму равнобокой трапеции (рис 16). Отношение оснований трапеции $\eta = 2$. Найти магнитную индукцию B в точке A , лежащей в плоскости трапеции. Меньшее основание трапеции $l = 10$ см, расстояние $b = 5$ см.

Дано: $I = 1$ А, $\eta = 2$, $l = 10$ см, $b = 5$ см.

Найти: B .

Решение.

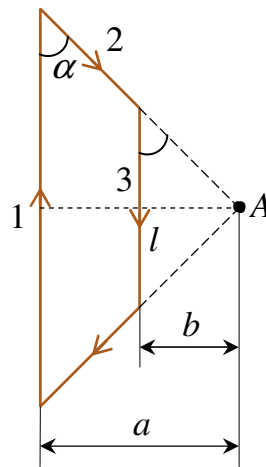


Рис. 16

Индукция поля в точке A является векторной суммой индукций магнитных полей, создаваемых в этой точке отрезками проводников с током, образующих трапецию.

Присвоим этим сторонам порядковые номера 1 – 4 (см. рис. 16).

$$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2 + \vec{B}_3 + \vec{B}_4. \quad (1)$$

Каждое из слагаемых можно найти на основании закона Био–Савара–Лапласа

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^3} [d\vec{l}, \vec{r}],$$

где $d\vec{B}$ – вектор магнитной индукции, создаваемой в рассматриваемой точке элементом поля $d\vec{l}$; \vec{r} – радиус вектор, проведенный из начала $d\vec{l}$ в эту точку.

Очевидно, что $\vec{B}_2 = \vec{B}_4 = 0$, так как для любого элемента этих сторон $[d\vec{l} \vec{r}] = 0$. Направления векторов индукции \vec{B}_1 и \vec{B}_3 находятся по правилу правого винта, направлены перпендикулярно плоскости рис. 16 и противоположны друг другу. Следовательно, искомая индукция в точке А

$$B = |B_1 - B_3|. \quad (2)$$

Индукция магнитного поля, создаваемого в рассматриваемой точке отрезком прямого тока, находится по формуле

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\cos \alpha_1 - \cos \alpha_2),$$

где h – кратчайшее расстояние от точки до линии, на которой расположен проводник; α – угол между направлением тока и радиусом вектором, проведенным из конца (начала) отрезка проводника к рассматриваемой точке. Если точка наблюдения находится на равных расстояниях от концов проводника, то

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} (\cos \alpha - \cos(\pi - \alpha)) = \frac{\mu_0 I}{4\pi h} 2 \cos \alpha = \frac{\mu_0 I}{2\pi h} \cos \alpha.$$

Выразим из малого прямоугольного треугольника $\cos \alpha = \frac{l}{2\sqrt{b^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} = \frac{l}{\sqrt{4b^2 + l^2}}$.

Тогда

$$B_3 = \frac{\mu_0 I}{2\pi b} \frac{l}{\sqrt{4b^2 + l^2}}. \quad (3)$$

Длина отрезка 1 равна ηl ; расстояние a от него до точки А найдем из подобия прямоугольных треугольников (см. рис. 16):

$$\frac{2a}{\eta l} = \frac{2b}{l}, \text{ откуда } a = \eta b.$$

$$B_4 = \frac{\mu_0 I}{2\pi \eta b} \frac{l}{\sqrt{4b^2 + l^2}}. \quad (4)$$

Подставив (3) и (4) в (2), получим

$$B = |B_1 - B_3| = \frac{\mu_0 I l}{2\pi b \sqrt{4b^2 + l^2}} \left[1 - \frac{1}{\eta} \right] = 1,4 \cdot 10^{-6} \text{ Тл.}$$

Пример 2.

Постоянный ток I течет по длинному прямому проводнику, сечение которого имеет форму тонкого полукольца радиуса R . Такой же ток течет в противоположном направлении по тонкому проводнику, расположенному на «оси» первого проводника (рис. 17). Найти силу магнитного взаимодействия этих проводников в расчете на единицу их длины.

Дано: I, R .

Найти: F_1 .

Решение.

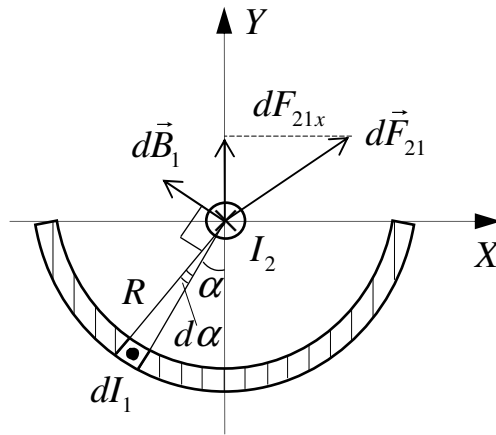


Рис. 17

Пронумеруем проводники и зададим направления тока в них. Выберем оси координат в плоскости поперечного сечения проводников, как показано на рис. 17.

Разобьем проводник 1 на узкие полоски, перпендикулярные плоскости рисунка. Каждая полоска толщиной dl соответствует прямому току величиной $dI_1 = \frac{I_1}{\pi R} dl$, который создает магнитное

поле, индукция которого в месте нахождения второго тока $dB_1 = \frac{\mu_0 dI_1}{2\pi R}$. Сила, действующая на ток I_2 длиной l_2 со стороны поля

$d\vec{B}_1$: $d\vec{F}_{21} = I_2 [\vec{l}_2, d\vec{B}_1]$. Так как $\vec{l}_2 \perp d\vec{B}_1$, $dF_{21} = I_2 l_2 dB_1$.

При переходе от одного элемента dl к другому 1-го проводника направление $d\vec{F}_{21}$ непрерывно меняется. Очевидно, что

результующая сила \vec{F}_{21} будет направлена по OY , т. е. можно записать $F_{21} = \int_l dF_{21Y} = \int_l dF_{21} \cos \alpha$; или

$$F_{21} = \int_l I_2 l_2 dB_1 \cos \alpha = \int_l I_2 l_2 \cos \alpha \frac{\mu_0 I_1}{2\pi R \cdot \pi R} dl,$$

где $dl \approx R d\alpha$ (см. рис. 17).

Сила, действующая со стороны проводника 1 на участок длиной l_2 прямого провода 2

$$F_{21} = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0 I_1 I_2 l_2 \cos \alpha}{2(\pi R)^2} R d\alpha = \frac{\mu_0 I^2 l_2}{\pi^2 R} \sin \alpha \Big|_0^{\pi/2} = \frac{\mu_0 I^2 l_2}{\pi^2 R}.$$

Сила, действующая на единицу провода 2 со стороны провода 1:

$$F_{21l} = \frac{F_{21}}{l_2} = \frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}.$$

По 3-му закону Ньютона $F_{21l} = F_{12l} = F_l = \frac{\mu_0 I^2}{\pi^2 R}$.

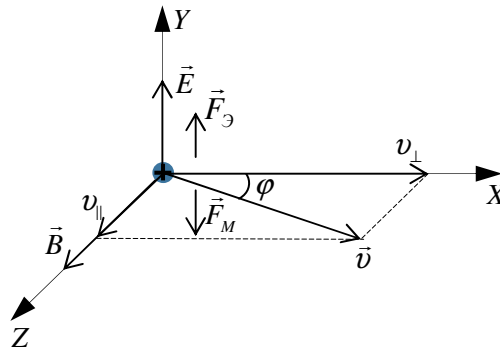
Пример 3.

Нерелятивистские протоны движутся прямолинейно в области, где созданы однородные взаимно перпендикулярные электрическое и магнитное поля с $E = 4$ кВ/м и $B = 50$ мТл. Траектория протонов лежит в плоскости XOZ (рис. 18) и составляет угол $\varphi = 30^\circ$ с осью OX . Найти шаг винтовой линии, по которой будут двигаться протоны после выключения электрического поля.

Дано: $E = 4 \cdot 10^3$ В/м, $B = 5 \cdot 10^{-2}$ Тл, $\varphi = 30^\circ$, $q = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, $m = 1,67 \cdot 10^{-27}$ кг.

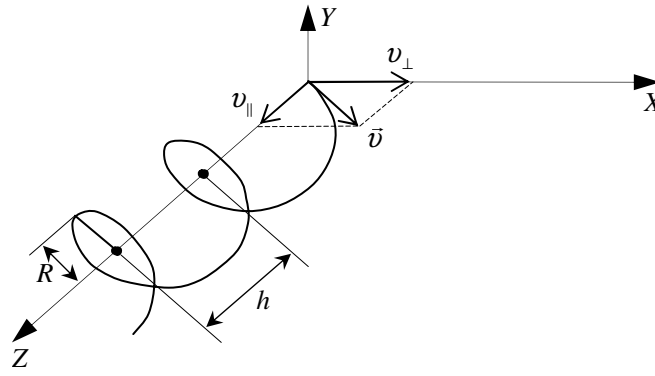
Найти: h .

Решение.



a

Рис. 18



б

Окончание рис. 18

Протоны движутся прямолинейно, если результирующая сила, действующая на них, равна нулю:

$$\vec{F} = q\vec{E} + q[\vec{v}, \vec{B}] = 0,$$

$$\text{или } qE = qvB \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right),$$

$$qE = qvB \cos \varphi, \text{ откуда}$$

$$v = \frac{E}{B \cos \varphi}. \quad (1)$$

Разложим скорость на две составляющие – перпендикулярную и параллельную вектору \vec{B} :

$$v_{\perp} = v \cos \varphi; \quad v_{\parallel} = v \sin \varphi. \quad (2)$$

При выключении электрического поля протоны будут двигаться по винтовой линии, ось которой совпадает с направлением линий магнитной индукции. То есть составляющая скорости v_{\perp} обеспечивает движение по окружности радиусом R , а составляющая скорости v_{\parallel} приводит к перемещению вдоль оси OZ (рис. 18).

$$h = v_{\parallel} \cdot T;$$

$$\text{где } T \text{ – период вращения по окружности; } T = \frac{2\pi R}{v_{\perp}}; \quad \frac{mv_{\perp}^2}{R} = qv_{\perp}B;$$

$$R = \frac{mv_{\perp}}{qB} = \frac{mv \cos \varphi}{qB}.$$

$$T = \frac{2\pi m}{qB}. \quad (4)$$

Отсюда, подставляя (1), (2) и (4) в (3), получаем шаг винтовой линии

$$h = \frac{E \sin \varphi}{B \cos \varphi} \cdot \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi m E}{qB^2} \operatorname{tg} \varphi = 6 \text{ см.}$$

Пример 4.

Изолированный провод намотан так, что образует плоскую спираль из $N=100$ витков. Радиус внутреннего витка (по оси провода) $R_1=1$ см, внешнего витка $R_2=4$ см. Каков магнитный момент спирали P_m , если по ней протекает ток $I=10$ мА?

Дано: $N=100$, $R_1=1$ см, $R_2=4$ см, $I=10,01$ А.

Найти: P_m .

Решение.

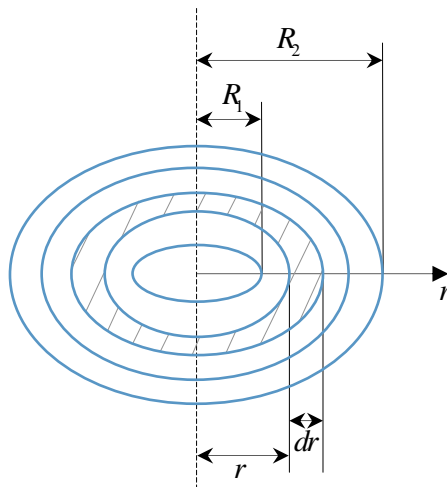


Рис. 19

Магнитный момент одновинтового контура с током $\vec{P}_m = IS\vec{n}$, или по модулю $P_m = IS$, где S – площадь, охватываемая контуром.

Спираль можно рассматривать как сплошной проводник, по поперечному сечению которого равномерно распределен ток $I_1 = NI$. Выделим тонкое кольцо радиуса r и ширины dr .

По кольцу течет ток $dI_1 = NI \frac{dr}{R_2 - R_1}$, где $\frac{NI}{R_2 - R_1}$ – ток, приходящийся на единицу поперечного сечения проводника.

Магнитный момент такого кольца $dP_m = dI_1 \cdot S = \frac{NI}{R_2 - R_1} dr \cdot \pi r^2$.

Так как r меняется непрерывно, магнитный момент спирали можно найти, проинтегрировав последнее выражение

$$P_m = \int_{R_1}^{R_2} \frac{\pi NI}{R_2 - R_1} r^2 dr = \frac{\pi NI}{R_2 - R_1} \frac{r^3}{3} \Big|_{R_1}^{R_2} = \frac{\pi NI (R_2^3 - R_1^3)}{3(R_2 - R_1)} =$$

$$= \frac{\pi NI}{3} (R_1^2 + R_1 R_2 + R_2^2) = 2,2 \cdot 10^{-3} \text{ А} \cdot \text{м}^2.$$

Пример 5.

Рамка с током закреплена в магнитном поле так, что силовые линии поля лежат в плоскости рамки. На рамку действует вращающий момент $M = 0,45 \text{ мН} \cdot \text{м}$. Рамку освободили, после поворота на 90° ее угловая скорость стала $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$. Найти момент инерции рамки относительно ее оси вращения.

Дано: $M = 0,45 \cdot 10^{-3} \text{ Н} \cdot \text{м}$, $\varphi = 90^\circ$, $\omega = 30 \text{ с}^{-1}$.

Найти: I .

Решение.

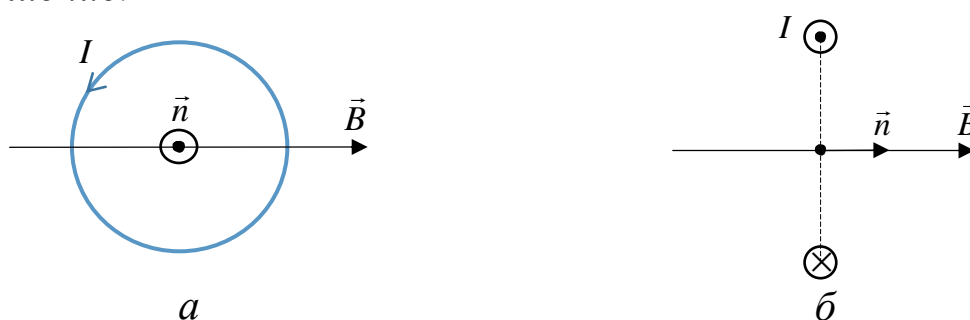


Рис. 20

На рис. 20 показано начальное и конечное положения рамки в магнитном поле. Здесь \vec{n} – положительная нормаль к рамке, связанная с направлением тока в ней правилом правого винта.

В положении *a*) вращающий момент максимален

$$M_1 = p_m B \sin(\widehat{\vec{p}_m, \vec{B}}) = p_m B. \quad (1)$$

Предоставленная самой себе рамка поворачивается в сторону уменьшения угла между \vec{p}_m и \vec{B} , в положение устойчивого равновесия: $M_2 = p_m B \sin 0 = 0$.

Потенциальная энергия рамки с током в магнитном поле $U = -p_m B \cos(\widehat{\vec{p}_m, \vec{B}})$.

В нашем случае $U_1 = -p_m B \cos \frac{\pi}{2} = 0$, $U_2 = -p_m B \cos 0 = -p_m B$.

Положение *б*) соответствует устойчивому равновесию рамки, в котором ее потенциальная энергия минимальна и вращающий момент равен нулю. Убыль потенциальной энергии при повороте рамки соответствует положительной работе сил поля и сопровождается увеличением кинетической энергии вращательного движения рамки:

$$-\Delta U = U_1 - U_2 = p_m B;$$

$$p_m B = \frac{I \omega^2}{2}. \quad (2)$$

Решая совместно (1) и (2), получим $M_1 = M = \frac{I \omega^2}{2}$, откуда

$$I = \frac{2M}{\omega^2} = 10^{-6} \text{ кг} \cdot \text{м}^2.$$

Пример 6.

В одной плоскости с бесконечным прямым проводом, по которому течет ток $I_1 = 1$ А, находится в устойчивом равновесии прямоугольная рамка со сторонами $a = 10$ см и $b = 20$ см, по которой течет ток $I_2 = 5$ А. Длинные стороны рамки параллельны прямому току, причем ближайшая находится от него на расстоянии $c = 5$ см (рис. 21) и ток в ней сонаправлен с током I_1 . Найти работу внешних сил при повороте рамки на угол $\varphi = \pi$ вокруг одной из коротких сторон.

Дано: $I_1 = 1$ А, $I_2 = 5$ А, $a = 0,1$ м, $b = 0,2$ м, $c = 0,05$ м, $\varphi = \pi$.

Найти: A^* .

Решение.

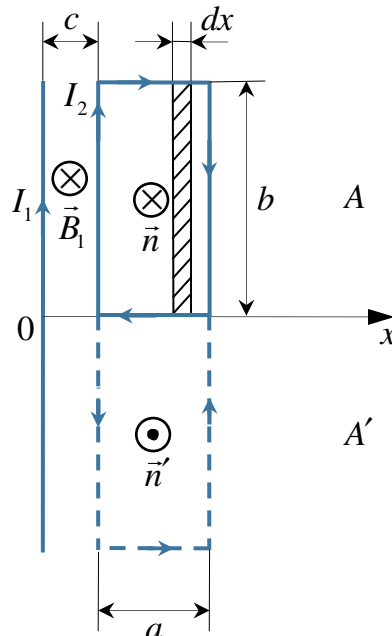


Рис. 21

Работа внешних сил равна работе сил поля, взятой с обратным знаком: $A^* = -A = -I_2(\Phi' - \Phi)$, где Φ' и Φ — потоки магнитной

индукции поля, создаваемого прямым током, сквозь площадь рамки после и до поворота.

Или

$$A^* = I_2 (\Phi - \Phi'). \quad (1)$$

Индукция поля прямого тока $B = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x}$, где x – расстояние от прямого тока до рассматриваемой точки. Так как такое поле неоднородно, магнитный поток через рамку $\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{s} = \int_S B ds \cos(\widehat{\vec{B}, d\vec{s}})$, где $d\vec{s} = ds \cdot \vec{n}$ совпадает по направлению с положительной нормалью к контуру на рассматриваемом его участке. Так как контур плоский и направление \vec{B}_1 везде справа от прямого тока совпадает с направлением нормали к контуру, то $(\vec{n}, \vec{B}_1) = \alpha_1 = 0$.

$$\Phi = \int_S B_1 ds \cos(\widehat{\vec{n}, \vec{B}}) = \int_S B_1 ds,$$

$$\Phi' = \int_S B_1 ds \cos(\widehat{\vec{n}', \vec{B}}) = \int_S B_1 ds \cos \pi = -\int_S B_1 ds.$$

Отсюда $\Phi' = -\Phi$, и (1) можно записать как

$$A^* = 2I_2 \Phi. \quad (2)$$

Выберем элементарную площадку ds , поток вектора \vec{B} через которую можно приближенно считать постоянным. В силу симметрии задачи в качестве ds возьмем узкую полоску шириной $dx \ll x$, так что $ds = b \cdot dx$, а магнитный поток через эту площадку

$$\text{будет } d\Phi = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} b dx. \text{ Тогда } \Phi = \int_c^{c+a} \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} b dx = \frac{\mu_0 I_1 b}{2\pi} \ln \frac{c+a}{c}.$$

Подставив последнее выражение в (1), получим

$$A = \frac{\mu_0 I_1 I_2 b}{\pi} \ln \frac{c+a}{c} = 0,44 \text{ мкТл.}$$

Пример 7.

В центре соленоида длиной $l = 80$ см с радиусом витков $r = 3$ см и числом витков $N = 500$, по которому протекает ток $I_1 = 2$ А, расположен плоский виток с током $I_2 = 0,3$ А площадью $S = 2$ см². Угол между положительной нормалью к плоскости витка и вектором

магнитной индукции поля соленоида составляет $\alpha = 30^\circ$ (рис. 22). Виток повернули в положение устойчивого равновесия, после чего поступательно переместили из центра соленоида в середину одного из оснований. Определить совершенную силами поля при этом работу.

Дано: $l = 0,8$ м, $r = 0,03$ м, $N = 500$, $I_1 = 2$ А, $I_2 = 0,3$ А, $S = 2 \cdot 10^{-4}$ м², $\alpha = 30^\circ$.

Найти: A .

Решение.

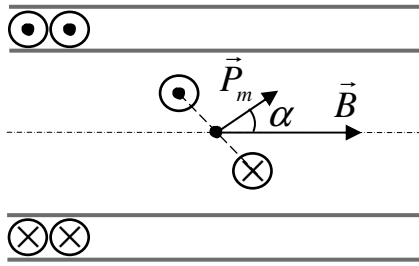


Рис. 22

Работа сил поля по перемещению контура с постоянным током

$$A = I_2 (\Phi_2 - \Phi_1), \quad (1)$$

где Φ_1 и Φ_2 – магнитные потоки через виток в начальном и конечном положении.

Из условия следует, что $l \gg r$ и поле соленоида в центральной части можно считать однородным. Индукция такого поля $B = \frac{\mu_0 N I}{l}$, где l – длина соленоида.

Отсюда

$$\Phi_1 = BS \cos \alpha = \frac{\mu_0 I_1 N}{l} \pi r^2 \cos \alpha, \quad (2)$$

где $\alpha = \left(\widehat{\vec{p}_m, \vec{B}} \right)$.

В положении устойчивого равновесия на виток не действует вращающий момент, $M = p_m B \sin \left(\widehat{\vec{p}_m, \vec{B}} \right) = 0$, и минимальна его потенциальная энергия $U_{\min} = - \left(\vec{p}_m, \vec{B} \right) = - p_m B \cos \left(\widehat{\vec{p}_m, \vec{B}} \right)$.

Этому условию отвечает положение витка, когда угол $\left(\widehat{\vec{p}_m, \vec{B}} \right) = 0$.

Величина индукции на оси соленоида конечной длины без магнитного сердечника $B = \frac{\mu_0 N I_1}{2l} (\cos \beta_1 - \cos \beta_2)$; где β – угол между направлением вектора \vec{B} и радиусом-вектором, проведенным из рассматриваемой точки на край основания соленоида. В нашем случае $\beta_1 = \frac{\pi}{2}$, $\beta_2 = \pi$. Отсюда $B = \frac{\mu_0 N_1 I}{2l}$, и

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 N_1 I_1}{2l} \pi r^2. \quad (3)$$

Подставляя (2) и (3) в (1), получим

$$A = \frac{\mu_0 N_1 I_1 I_2}{l} \pi r^2 \left[\frac{1}{2} - \cos \alpha \right] = 4,9 \cdot 10^{-7} \text{ Дж.}$$

Пример 8.

Имеется железное кольцо квадратного сечения со средним диаметром $d = 30$ см и площадью поперечного сечения $S = 500 \text{ мм}^2$. Кольцо несет на себе обмотку из $N = 800$ витков, по которой течет ток $I = 3$ А. В кольце имеется поперечная прорезь шириной $b = 2$ мм.

Найти:

- а) магнитную проницаемость железа при этих условиях;
- б) поток магнитной индукции Φ через поперечное сечение кольца;
- в) энергию W_1 , заключенную в железе, энергию W_2 в воздушном зазоре и полную энергию магнитного поля тороида W .

Дано: железо, $d = 0,3$ м, $S = 5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, $N = 800$, $I = 3$ А, $b = 2 \cdot 10^{-3}$ м.

Найти: μ , Φ , W_1 , W_2 , W .

Решение.

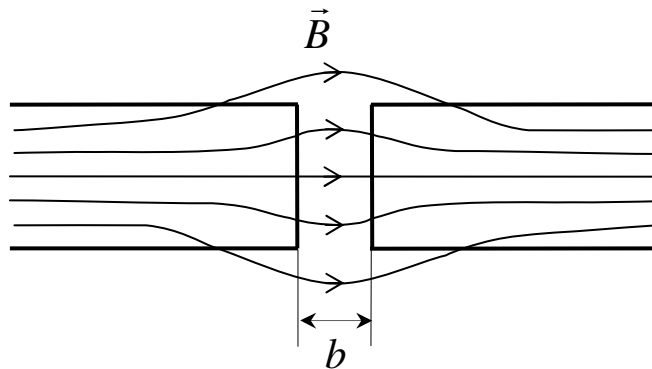


Рис. 23

Поскольку $d \gg \sqrt{S}$, поле внутри тора можно считать однородным.

Так как $\pi d \gg b$, можно пренебречь рассеиванием магнитного потока в воздушном зазоре (рис. 23) и считать $B_1 = B_2 = B$, где B_1 индукция поля в зазоре, а B_2 – в железе.

Здесь учтено, что нормальная составляющая вектора индукции не терпит разрыва: $B_{1n} = B_{2n}$.

В то же время нормальная составляющая вектора напряженности терпит разрыв: $H_{1n}\mu_1 = H_{2n}\mu_2$, или, если пренебречь рассеянием в зазоре, $H_1\mu_1 = H_2\mu_2$, где μ_1 , μ_2 – магнитная проницаемость среды в зазоре и в железе. В силу симметрии линии индукции имеют форму окружностей, концентричных центру тора. Применим теорему о циркуляции вектора \vec{H} к средней линии тора $L = \pi d + b$: $\int_L \vec{H} d\vec{l} = \sum I$, или $H_1 b + H_2 (\pi d - b) = NI$.

Получим отсюда уравнение, связывающее B и H в железе при условиях задачи: $\frac{B}{\mu_0} b + H_2 (\pi d - b) = NI$, или

$$B = \frac{\mu_0 NI}{b} - \frac{\mu_0 (\pi d - b)}{b} H_2 = a - k H_2, \text{ где } a = \frac{\mu_0 NI}{b}, \quad K = \frac{\mu_0 (\pi d - b)}{b} -$$

величины постоянные. Кроме того, между B и H_2 имеется зависимость, изображенная графически на рис. 23. Искомые значения H_2 и B удовлетворяют одновременно обоим уравнениям. Решив эту систему уравнений графически (т.е. найдя координаты точки пересечения прямой $B = a - k H_2$ с кривой $B = f(H_2)$ для железа), получим $H_2 = 330$ А/м, $B = 1,3$ Тл.

$$\text{Отсюда } \mu = \frac{B}{\mu_0 H_2} = 3 \cdot 10^3.$$

$$\Phi = BS = 0,7 \cdot 10^{-3} \text{ Вб.}$$

Энергия магнитного поля, заключенная в железе

$$W_1 = \omega \cdot V_1 = \frac{B^2}{2\mu\mu_0} S (\pi d - b) \approx 0,1 \text{ Дж.}$$

Энергия магнитного поля, заключенная в воздушном зазоре

$$W_2 = \omega \cdot V_2 = \frac{B^2}{2\mu_0} S b \approx 0,7 \text{ Дж.}$$

Энергия магнитного поля практически полностью, если не учитывать рассеяния в зазоре, сосредоточена в объеме тора и равна

$$W = W_1 + W_2 \approx 0,8 \text{ Дж.}$$

2.4. ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Таблица 2

№	Номера задач									
1	1	98	150	177	204	237	309	340	377	418
2	2	99	151	178	205	238	308	341	376	419
3	3	100	110	179	206	239	307	342	404	420
4	4	95	111	180	207	240	306	343	375	421
5	5	96	112	181	208	241	305	344	374	422
6	6	97	113	182	209	242	304	345	373	430
7	7	89	114	183	210	243	301	346	372	429
8	8	90	115	184	211	244	302	347	371	428
9	9	91	116	185	212	261	303	348	364	427
10	10	92	117	186	207	262	297	349	365	426
11	11	93	118	187	213	254	298	350	366	425
12	12	94	119	153	214	235	299	351	367	424
13	13	83	120	188	215	236	300	313	368	423
14	14	84	130	189	216	255	269	314	369	418
15	15	85	129	190	217	254	270	315	370	419
16	16	86	128	191	218	256	271	316	363	420
17	30	87	106	192	219	257	272	317	355	421
18	31	88	107	193	220	258	273	318	356	422
19	32	69	108	194	221	259	274	319	357	430
20	33	70	109	154	222	260	275	320	358	429
21	17	60	141	155	223	263	276	321	359	428
22	18	61	140	156	224	264	277	322	360	427
23	19	62	139	157	225	265	278	323	361	426
24	20	50	138	158	226	266	279	324	362	425
25	21	51	137	159	227	267	280	325	378	406
26	22	52	136	195	228	245	281	329	379	407
27	23	53	135	196	229	246	282	330	380	408
28	24	54	134	160	223	247	283	331	381	409
29	25	55	133	161	224	248	284	332	382	410
30	26	56	132	162	225	249	285	333	383	411
31	27	57	131	163	226	250	286	334	384	412
32	28	58	121	164	227	251	287	335	385	413
33	29	59	122	165	228	252	288	336	386	414
34	34	63	123	166	230	253	289	337	387	432
35	35	65	124	167	231	254	290	338	388	433
36	36	66	125	168	232	255	291	339	389	434
37	37	67	126	169	233	256	292	326	390	435
38	38	68	127	170	207	257	293	327	391	456
39	39	71	142	171	208	258	294	328	392	416
40	43	72	143	172	209	259	295	313	393	417
41	44	73	144	173	210	260	296	314	394	436
42	45	74	145	174	211	261	297	315	395	435
43	46	75	146	175	212	262	298	316	396	434
44	47	76	147	176	204	251	299	317	397	433
45	48	77	148	197	205	252	300	318	398	432
46	34	78	149	198	206	253	310	319	399	431
47	35	79	102	199	219	235	311	343	400	415
48	36	80	103	200	220	236	307	344	401	416
49	37	81	104	201	221	243	308	345	402	417
50	38	82	105	202	222	244	306	346	403	414

РАЗДЕЛ 3. ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ. КОЛЕБАНИЯ И ВОЛНЫ

3.1. СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРИИ

1. Явление электромагнитной индукции. ЭДС индукции в проводнике, движущемся в магнитном поле.
2. Количество электричества, протекающего в контуре при изменении магнитного потока.
3. Явление самоиндукции и взаимной индукции.
4. Токи при замыкании и размыкании в цепи с индуктивностью.
5. Энергия и объемная плотность энергии электромагнитного поля.
6. Свободные механические колебания.
7. Свободные электромагнитные колебания.
8. Затухающие и вынужденные колебания.
9. Переменный электрический ток.
10. Сложение колебаний и волновые процессы.

3.2. ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Электромагнитная индукция. Энергия магнитного поля

1. ЭДС индукции, возникающая в проводнике (закон Фарадея):

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt},$$

где $\frac{d\Phi}{dt}$ – а) в случае замкнутого контура – скорость изменения магнитного потока сквозь контур;

б) в случае незамкнутого проводника – скорость изменения магнитного потока через поверхность, образованную в пространстве перемещением проводника.

2. ЭДС индукции, возникающая в сложном контуре:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt},$$

где Ψ – потокосцепление контура (полный магнитный поток через контур); для соленоида $\Psi = N\Phi$, где N – число витков соленоида, Φ – поток через один виток.

3. Частные случаи закона Фарадея:

а) разность потенциалов U на концах проводника длиной l , движущегося со скоростью v в однородном магнитном поле:

$$U = Blv \sin \alpha,$$

где α – угол между векторами скорости \vec{v} и магнитной индукции \vec{B} ;

б) ЭДС индукции в рамке площадью S , содержащей N витков и вращающейся с угловой скоростью ω в однородном магнитном поле с индукцией B :

$$\mathcal{E}_i = BSN\omega \sin \omega t,$$

где $\omega t = \alpha(t)$ – мгновенное значение угла между векторами \vec{B} и нормалью \vec{n} к плоскости рамки.

4. Количество электричества, протекающего через замкнутый контур при изменении магнитного потока через него

$$q = -\frac{1}{R} \Delta\Psi,$$

где R – омическое сопротивление контура, $\Delta\Psi$ – изменение потокосцепления через контур.

5. Потокосцепление самоиндукции в контуре

$$\Psi_{\text{с}} = IL,$$

где I – сила тока в контуре, L – его индуктивность.

6. ЭДС самоиндукции, возникающая в замкнутом контуре при отсутствии ферромагнетика ($L = \text{const}$):

$$\mathcal{E}_{\text{си}} = -L \frac{dI}{dt},$$

где $\frac{dI}{dt}$ – скорость изменения тока в контуре.

7. Индуктивность длинного соленоида или тонкого тороида:

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

где μ_0 – магнитная постоянная; μ – магнитная проницаемость материала сердечника; n – число витков на единицу длины; V – объём соленоида или тороида.

8. Потокосцепление взаимной индукции

$$\Psi_{21} = I_1 L_{21},$$

где Ψ_{21} – потокосцепление через витки второй катушки, вызванное током в первой катушке; I_1 – сила тока в первой катушке; L_{21} – взаимная индуктивность катушек.

9. ЭДС взаимной индукции:

$$\mathcal{E}_{21} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt},$$

где \mathcal{E}_{21} – ЭДС взаимной индукции, возникающая во втором контуре (катушке) за счёт изменения силы тока I_1 в первом контуре (катушке), L_{21} – взаимная индуктивность контуров (катушек).

10. Взаимная индуктивность двух катушек с числом витков N_1 и N_2 намотанных на один общий сердечник

$$L = \mu\mu_0 \frac{N_1 N_2}{l} S,$$

где μ – магнитная проницаемость сердечника; l – длина сердечника по средней линии; S – площадь сердечника.

11. Ток в цепи с индуктивностью при включении источника постоянного тока

$$I = I_0 \left[1 - \exp\left(-\frac{R}{L}t\right) \right],$$

где I – сила тока после включения в произвольный момент времени t ; I_0 – установившееся значение тока (при $t \rightarrow \infty$); R – омическое сопротивление; L – индуктивность цепи.

12. Ток в цепи с индуктивностью при выключении источника постоянного тока

$$I = I_0 \exp\left(-\frac{R}{L}t\right),$$

где I – сила тока после выключения источника и замыкания цепи в момент времени t ; I_0 – начальное значение тока; R – сопротивление цепи после выключения источника и замыкания цепи; L – индуктивность цепи.

13. Энергия магнитного поля контура или катушки с током

$$W = \frac{LI^2}{2}.$$

14. Объёмная плотность энергии магнитного поля:

$$w = \frac{dW}{dt} = \frac{\mu_0 \mu H^2}{2} = \frac{B^2}{2\mu_0 \mu} = \frac{BH}{2}.$$

Основы теории Максвелла для электромагнитного поля

15. Система уравнений Максвелла в интегральной форме

$$\oint_L \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} d\vec{S}; \quad \oint_S \vec{D} d\vec{S} = \int_V \rho dV;$$

$$\oint_L \vec{H} d\vec{l} = \int_S (\vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}) d\vec{S}; \quad \oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0,$$

где $\vec{D} = \epsilon \epsilon_0 \vec{E}$, $\vec{B} = \mu \mu_0 \vec{H}$, $\vec{j} = \sigma \vec{E}$, $\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{j}_{см}$ – плотность тока смещения.

Механические и электромагнитные колебания

16. Дифференциальное уравнение гармонических колебаний материальной точки массой m

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -kx \quad \text{или} \quad \frac{d^2 x}{dt^2} + \omega_0^2 x = 0,$$

где $x(t)$ – смещение точки от положения равновесия, $k = \omega_0^2 m$ – коэффициент упругости, ω_0 – циклическая частота колебаний.

17. Решение дифференциального уравнения п. 16

$$x(t) = A \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где A , ω_0 , φ_0 – постоянные параметры; A – амплитуда, φ_0 – начальная фаза колебаний.

18. Связь циклической (круговой) частоты и периода колебаний

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T}.$$

19. Связь частоты и периода колебаний:

$$\nu = \frac{1}{T}.$$

20. Скорость и ускорение колеблющейся величины при гармонических колебаниях:

$$v(t) = \frac{dx}{dt} = -A\omega_0 \sin(\omega_0 t + \varphi_0),$$

$$a(t) = \frac{d^2x}{dt^2} = -A\omega_0^2 \cos(\omega_0 t + \varphi_0).$$

21. Упругая или квазиупругая сила, вызывающая гармонические колебания:

$$F = -kx,$$

где k – жёсткость пружины или коэффициент квазиупругой силы.

22. Период колебаний пружинного маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса колеблющегося тела.

23. Период колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}},$$

где l – длина нити; g – ускорение свободного падения.

24. Период колебаний физического маятника:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{J}{mgd}},$$

где J – момент инерции физического маятника относительно оси вращения; m – масса тела; d – расстояние от оси вращения до центра тяжести тела.

Приведённая длина физического маятника:

$$l_{np} = \frac{J}{md}.$$

25. Кинетическая энергия колеблющегося тела

$$T = \frac{m \cdot v^2(t)}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

26. Потенциальная энергия

$$\Pi = \frac{k \cdot x^2(t)}{2} = \frac{m\omega_0^2 A^2}{4} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0).$$

27. Полная энергия

$$E = T + \Pi = \frac{m\omega_0^2 A^2}{2}.$$

28. Период электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре (контуре без активного сопротивления):

$$T = 2\pi \sqrt{LC},$$

где L и C – индуктивность и ёмкость колебательного контура.

29. Дифференциальное уравнение свободных гармонических колебаний электрического заряда в контуре и его решение

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q = 0; \quad q(t) = q_0 \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где q_0 – амплитуда колебаний заряда; $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ – собственная частота колебаний в контуре.

30. Связь мгновенных значений заряда, тока и напряжения в контуре

$$q = UC, \quad I = \frac{dq}{dt} = C \frac{dU}{dt}.$$

31. Энергии электрического и магнитного полей для свободных электромагнитных колебаний в идеальном колебательном контуре

$$E_{эл} = \frac{CU_0^2}{2} \cos^2(\omega_0 t + \varphi_0), \quad E_{маг} = \frac{LI_0^2}{2} \sin^2(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где U_0, I_0 – амплитудные значения напряжения и тока в контуре.

32. Полная энергия свободных электромагнитных колебаний для идеального колебательного контура:

$$E_{полн} = \frac{CU_0^2}{2} = \frac{LI_0^2}{2}.$$

33. Дифференциальное уравнение свободных затухающих колебаний в линейной системе ($\beta, \omega_0 = const$) и его решение

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0; \quad x(t) = A_0 e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где x – колеблющаяся величина; β – коэффициент затухания; $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$ – циклическая частота затухающих колебаний; $A(t) = A_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда затухающих колебаний.

34. Коэффициент затухания:

а) в случае механических колебаний $\beta = \frac{r}{2m}$,

где r – коэффициент сопротивления среды;

б) в случае электромагнитных колебаний $\beta = \frac{R}{2L}$.

35. Логарифмический декремент затухания и его связь с коэффициентом затухания:

$$\delta = \ln \frac{A_n}{A_{n+1}}; \delta = \beta T,$$

где A_n – амплитуда n -го колебания; A_{n+1} – амплитуда $(n+1)$ -го колебания; A_n/A_{n+1} – декремент затухания, T – период затухающего колебания.

Или: $\delta = \frac{T}{\tau} = \frac{1}{N_e}$, где $\tau = \frac{1}{\delta}$ – время релаксации, N_e – число

колебаний, совершаемых за время уменьшения амплитуды в e раз.

36. Добротность колебательной системы

$$Q = \frac{\pi}{\delta} = \frac{\omega_0}{2\beta}.$$

37. Дифференциальное уравнение вынужденных колебаний (в случае изменения вынуждающей силы по гармоническому закону) и его решение для установившихся колебаний

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \Omega t; x(t) = A \cos(\Omega t - \varphi),$$

где x – колеблющаяся величина; Ω – частота вынуждающей силы. Для механических колебаний $f_0 = \frac{F_0}{m}$, где F_0 – амплитуда вынуждающей

силы для электромагнитных колебаний $f_0 = \frac{U_0}{L}$.

38. Амплитуда вынужденных колебаний

$$A = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \Omega^2) + 4\beta^2 \Omega^2}}.$$

39. Отставание по фазе вынужденного колебания от вынуждающей силы

$$\varphi = \arctg \frac{2\beta\Omega}{\omega_0^2 - \Omega^2}.$$

40. Резонансная частота и амплитуда вынужденных колебаний

$$\Omega_p = \sqrt{\omega_0^2 - 2\beta^2}; A_p = \frac{f_0}{2\beta\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}.$$

41. Связь добротности и резонансных характеристик колебательной системы при малых затуханиях ($\beta \ll \omega_0$)

$$Q = \frac{A_p}{x_0} = \frac{\omega_p}{2\beta},$$

где x_0 – статическое смещение колеблющейся величины от положения равновесия при воздействии постоянной силы F_0 .

Для колебательного контура при малых затуханиях $\omega_p \approx \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\beta = \frac{R}{2L}$ и добротность $Q \approx \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Переменный электрический ток

42. Полное сопротивление Z цепи переменного тока, состоящей из последовательно соединенных активного сопротивления R , электроёмкости C и индуктивности L , на концы которой подано переменное напряжение $U = U_0 \cos \Omega t$

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(\Omega L - \frac{1}{\Omega C} \right)^2} = \sqrt{R^2 + (R_L - R_C)^2},$$

где $R_L = \Omega L$ – реактивное индуктивное сопротивление; $R_C = \frac{1}{\Omega C}$ – реактивное емкостное сопротивление.

43. Сдвиг фаз между напряжением и силой тока в такой цепи

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{\Omega L - \frac{1}{\Omega C}}{R}.$$

44. Эффективные (действующие) значения тока и напряжения

$$I_{\text{эф}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}, \quad U_{\text{эф}} = \frac{U_0}{\sqrt{2}}.$$

45. Закон Ома для переменного тока

$$I_{\text{эф}} = \frac{U_{\text{эф}}}{Z}.$$

46. Средняя мощность, выделяемая в цепи переменного тока:

$$\langle P \rangle = I_{\text{эф}} U_{\text{эф}} \cos \varphi = \frac{1}{2} I_0 U_0 \cos \varphi.$$

Сложение колебаний и волновые процессы

47. Колебание, получающееся при сложении двух гармонических колебаний одной частоты вида $x_1 = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$, происходящих вдоль одной прямой

$$x = x_1 + x_2 = A_2 \cos(\omega t + \varphi).$$

48. Амплитуда результирующего колебания

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}.$$

49. Начальная фаза результирующего колебания

$$\varphi = \arctg \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}.$$

50. Колебания, являющиеся результатом сложения двух одинаково направленных колебаний с близкими частотами, называются биениями. Если складываются колебания с одинаковыми амплитудами и начальными фазами $x_1 = A \cos \omega t$ и $x_2 = A \cos[(\omega + \Delta\omega)t]$, где $\Delta\omega \ll \omega$, уравнение биений имеет вид

$$x \approx 2A \cos \frac{\Delta\omega}{2} t \sin \omega t.$$

51. Уравнение траектории движения точки, участвующей в двух взаимно перпендикулярных колебаниях одинаковой частоты $x = A_1 \cos(\omega t + \varphi_1)$ и $y = A_2 \cos(\omega t + \varphi_2)$, имеет вид

$$\frac{x^2}{A_1^2} - 2 \frac{xy}{A_1 A_2} \cos \Delta\varphi + \frac{y^2}{A_2^2} = \sin^2 \Delta\varphi,$$

где $\Delta\varphi = (\varphi_2 - \varphi_1)$ – разность начальных фаз складываемых колебаний.

52. Уравнение плоской упругой волны, распространяющейся вдоль оси x :

$$\xi = a \cos(\omega t - kx + \alpha),$$

где ξ – отклонение колеблющейся точки среды от положения равновесия, определяемого координатой x ; a – амплитуда колебаний; ω – циклическая частота; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ – волновое число; α – начальная фаза колебаний источника; $\lambda = vT$ – длина волны; v – скорость распространения волны; T – период колебаний.

53. Волновое уравнение:

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \xi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2},$$

где v – фазовая скорость волны.

54. Уравнение стоячей волны, возникающей при сложении бегущей и отражённой волн:

$$\xi = 2a \cos kx \cos \omega t.$$

55. Координаты пучностей и узлов стоячей волны:

$$x_{\text{пуч}} = \pm n \frac{\lambda}{2}; \quad x_{\text{узел}} = \pm \left(n + \frac{1}{2} \right) \frac{\lambda}{2},$$

где $n = 1, 2, 3, \dots$ – порядковый номер узла или пучности.

56. Уравнения электромагнитной волны:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\omega t - kx); \quad \vec{H} = \vec{H}_0 \cos(\omega t - kx),$$

где \vec{E} и \vec{H} – мгновенные значения напряжённостей электрической и магнитной составляющих электромагнитной волны; \vec{E}_0 и \vec{H}_0 – амплитудные значения напряжённостей электрической и магнитной составляющих электромагнитной волны.

57. Фазовая скорость электромагнитной волны:

$$v = \frac{c}{\sqrt{\mu \epsilon}},$$

где μ и ϵ – магнитная и диэлектрическая проницаемости среды; $c = 1/\mu_0 \epsilon_0$ – скорость света в вакууме; μ_0 и ϵ_0 – магнитная и электрическая постоянные.

58. Связь напряжённостей электрического и магнитного полей в электромагнитной волне:

$$E \sqrt{\epsilon \epsilon_0} = H \sqrt{\mu \mu_0}.$$

59. Объёмная плотность энергии в электромагнитной волне:

$$w = \frac{\vec{E} \vec{D}}{2} + \frac{\vec{B} \vec{H}}{2} = \frac{1}{v} E H,$$

где \vec{D} – вектор индукции электрического поля.

60. Плотность потока энергии электромагнитной волны – вектор Умова – Пойнтинга:

$$\vec{S} = [\vec{E} \vec{H}] = w \vec{v}.$$

61. Показатель преломления среды для электромагнитной волны относительно вакуума: $n = \sqrt{\mu \epsilon}$.

3.3. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Пример 1.

Магнитная индукция B поля между полюсами двухполюсного генератора равна 0,8 Тл. Ротор имеет $N=100$ витков площадью $S=400$ см². Определить частоту ν вращения якоря, если максимальное значение ЭДС индукции $\mathcal{E}_0 = 200$ В.

Дано: $B=0,8$ Тл, $N=100$, $S=400$ см², $\mathcal{E}_0 = 200$ В.

Найти: $\nu - ?$

Решение.

Мгновенное значение ЭДС индукции \mathcal{E}_i определяется основным уравнением электромагнитной индукции Фарадея–Максвелла:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Psi}{dt}, \quad (1)$$

$$\Psi = N\Phi,$$

где Ψ – потокосцепление, N – число витков, пронизываемых магнитным потоком Φ . Отсюда

$$\mathcal{E}_i = -N\frac{d\Phi}{dt}. \quad (2)$$

При вращении ротора между полюсами магнита магнитный поток, пронизывающий витки в момент времени t , изменяется по закону $\Phi = BS \cos \omega t$, где B – магнитная индукция; S – площадь витка; ω – угловая частота. Подставив в формулу (2) выражение для Φ и продифференцировав по времени, запишем выражение для мгновенного значения ЭДС индукции:

$\mathcal{E}_i = NBS\omega \sin \omega t$ или через максимальное значение ЭДС индукции получим следующее значение мгновенной ЭДС индукции $\mathcal{E}_i = \mathcal{E}_0 \sin \omega t$; отсюда $\mathcal{E}_0 = NBS\omega$, $\omega = 2\pi\nu$.

Выразив значение угловой скорости ω через частоту ν найдем ее значение.

$$\mathcal{E}_0 = NBS2\pi\nu, \quad \nu = \frac{\mathcal{E}_0}{2\pi NBS}, \quad \nu = 9,9 \text{ с}^{-1}.$$

Пример 2.

По длинному прямому проводу течет ток. Вблизи провода расположена квадратная рамка из тонкого провода сопротивлением $R=0,04$ Ом. Провод лежит в плоскости рамки и параллелен двум её сторонам, расстояние до которых от провода равны $a_1=10$ см,

$a_2 = 20$ см. Найти силу тока I в проводе, если при его включении через рамку протекло количество электричества $Q = 693$ мкКл.

Дано: $R = 0,04$ Ом, $a_1 = 10$ см, $a_2 = 20$ см, $Q = 693$ мкКл.

Найти: I – ?

Решение.

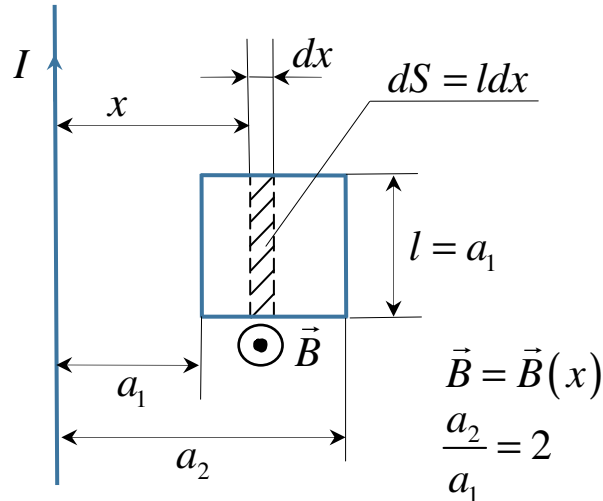


Рис. 24

Количество электричества Q , протекающего через рамку, при включении силы тока I в проводнике определяется выражением:

$$Q = -\frac{\Delta\Phi}{R},$$

где $\Delta\Phi$ – изменение магнитного потока, пронизывающего рамку.

$$\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1 = \Phi_2.$$

Зная сопротивление контура R и количество электричества Q , прошедшего через контур, можно определить Φ_2 . Так как $\Phi_1 = 0$, то

$$\Phi_2 = Q \cdot R. \quad (1)$$

Вследствие изменения силы тока I в проводнике магнитный поток через рамку изменяется и в ней возникает индукционный ток. Рамка находится в неоднородном магнитном поле, индукция которого B будет зависеть от расстояния от проводника до точки, в которой определяется B .

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}. \quad (2)$$

Для вычисления магнитного потока заметим, что так как B зависит от x , то и элементарный поток $d\Phi$ будет зависеть от x (рис. 24).

$$d\Phi_2 = B(x) dS. \quad (3)$$

Разобьем площадь рамки на узкие элементарные площадки, параллельные прямому проводу, длиной l , шириной dx и площадью $dS = ldx$. В пределах этой площадки магнитную индукцию можно считать постоянной.

Элементарный магнитный поток можно записать в виде

$$d\Phi_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx. \quad (4)$$

Проинтегрировав полученное выражение в пределах от $x_1 = a_1$ до $x_2 = a_2$, $a_1 = a$, $a_2 = 2a$, найдем

$$\Phi_2 = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \int_a^{2a} \frac{dx}{x} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln x \Big|_a^{2a} = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln 2. \quad (5)$$

Отсюда получим значение силы тока, текущего в проводнике, используя формулы (1) – (5).

$$QR = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln 2,$$

$$I = \frac{2\pi QR}{\mu_0 l \ln 2} = \frac{2\pi QR}{\mu_0 (a_2 - a_1) \ln 2}.$$

Подставив значения, получим

$$I = 2 \text{ кА.}$$

Пример 3.

Обмотка тороида с немагнитным сердечником имеет $N_1 = 251$ витков. Средний диаметр $\langle D \rangle$ тороида равен 8 см, диаметр d витков равен 2 см. На тороид намотана вторичная обмотка, имеющая $N_2 = 100$ витков. При замыкании первичной обмотки в ней в течение $t = 1$ мс устанавливается сила тока $I = 3$ А. Найти среднюю ЭДС индукции $\langle \mathcal{E}_i \rangle$, возникающую на вторичной обмотке.

Дано: $\mu = 1$, $N_1 = 251$, $\langle D \rangle = 8$ см, $d = 2$ см, $N_2 = 100$, $t = 1$ мс, $I = 3$ А, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Найти: $\langle \mathcal{E}_i \rangle$ – ?

Решение.

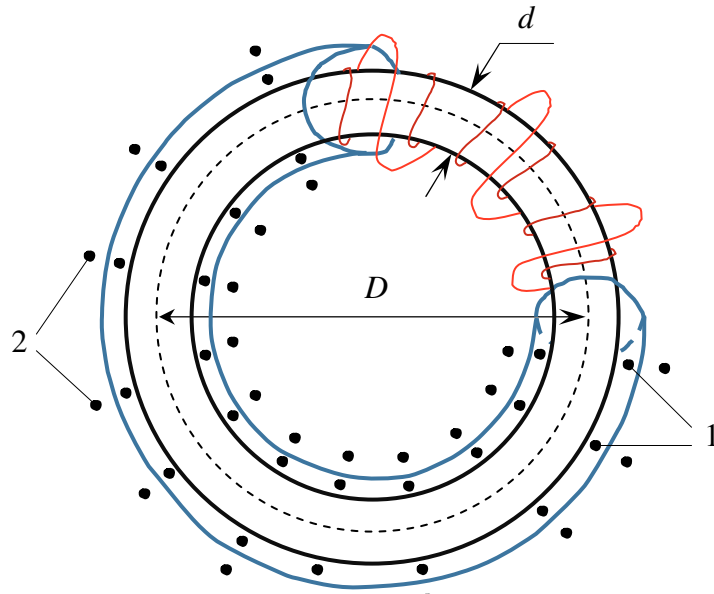


Рис. 25

Нам даны две тороидальные однослойные катушки 1 и 2, вплотную прилегающие друг к другу (рис. 25).

При прохождении тока по первичной катушке, во вторичной возникает ЭДС индукции.

Согласно основному закону электромагнитной индукции имеем

$$\mathcal{E}_2 = -\frac{d\Phi_{12}}{dt} = -L_{21} \frac{dI_1}{dt},$$

$$\mathcal{E}_1 = -\frac{d\Phi_{21}}{dt} = -L_{12} \frac{dI_2}{dt},$$

где \mathcal{E}_2 – ЭДС индукции, возникающая в контуре 2, а \mathcal{E}_1 – ЭДС индукции контуре 1, L_{12} и L_{21} – коэффициенты взаимной индукции.

Известно, что для любых двух контуров коэффициенты взаимной индукции равны.

$$L_{12} = L_{21}.$$

Индукция магнитного поля, созданная током I в 1-й катушке:

$$B_1 = \frac{\mu_0 N_1 I}{l},$$

где l – длина сердечника по средней линии.

$$l = 2\pi R \quad (R = D/2).$$

Это поле создает магнитный поток сквозь один виток катушки 2, равный

$$B_1 S = \frac{\mu_0 N_1 I S}{l},$$

где S – площадь сечения катушек.

Полный поток сквозь все N_2 витков катушки 2

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l} I.$$

Так как $\Phi_{12} = L_{12} I_1$, получим значение для

$$L_{12} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 S}{l}.$$

Среднее значение ЭДС индукции найдем из формулы

$$\langle \mathcal{E}_i \rangle = -L_{12} \frac{\Delta I}{\Delta t}$$

или

$$\begin{aligned} |\langle \mathcal{E}_i \rangle| &= \frac{\mu_0 N_1 N_2 S \Delta I}{l \Delta t}, \quad S = \pi r^2, \quad r = \frac{d}{2}, \\ |\langle \mathcal{E}_i \rangle| &= 118 \text{ мВ}. \end{aligned}$$

Пример 4.

В цепи, схема которой изображена на рис. 26, $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 95 \text{ Ом}$, $L = 0,34 \text{ Гн}$, $\mathcal{E} = 38 \text{ В}$. Внутреннее сопротивление батареи пренебрежимо мало. Определить силу тока в резисторе R_2 в трех случаях: 1) до размыкания цепи, 2) в первый момент после размыкания, 3) через 0,01 с после размыкания.

Дано: $R_1 = 5 \text{ Ом}$, $R_2 = 95 \text{ Ом}$, $L = 0,34 \text{ Гн}$, $\mathcal{E} = 38 \text{ В}$, $r = 0 \text{ Ом}$.

Найти: $I_2, I_2', I_2'' - ?$

Решение.

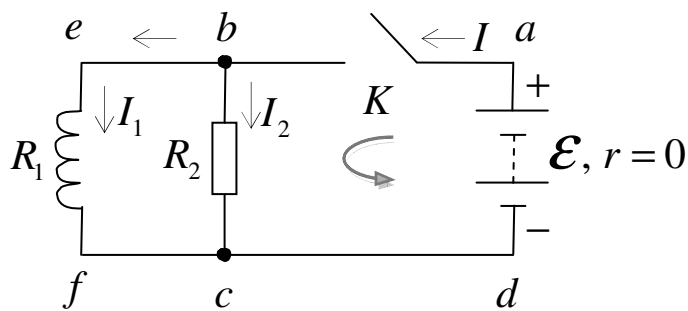


Рис. 26

Силу постоянного тока I_2 до размыкания цепи найдем по II правилу Кирхгофа, применив его для замкнутого контура $abcd$ (см. рис. 26)

$$I_2 R_2 + Ir = \mathcal{E},$$

отсюда

$$I_2 = \frac{\mathcal{E}}{R_2} = \frac{38}{95} = 0,4 \text{ А.}$$

Найдем силу тока I'_2 в резисторе R_2 сразу же после размыкания ключа K .

Если до размыкания ключа участки bc , ef были соединены между собой параллельно, то после отключения батареи они, образуя один неразветвленный контур $befcb$, оказываются соединенными последовательно. Значит, по ним должен течь одинаковый ток. Так как участок ef обладает индуктивностью, то ток I_1 , проходивший по этому участку до размыкания цепи должен сохраняться. Поскольку индуктивность обеспечивает появление ЭДС самоиндукции, то ток I_2 в резисторе R_2 сразу исчезнет после отключения батареи и по всему контуру $befcb$ потечет ток, равный I_1 .

$$I'_2 = I_1 = \frac{\mathcal{E}}{R_1} = 7,6 \text{ А.}$$

Теперь найдем величину силы тока I''_2 через $0,01$ с после размыкания. При этом $\mathcal{E} = 0$.

$$I''_2 = I_1 e^{\left(-\frac{R}{L}\right)t} = I_1 e^{\left(-\frac{R_1+R_2}{L}\right)t}.$$

$$I''_2 = 0,4 \text{ А.}$$

Пример 5.

По обмотке тороида с немагнитным железным сердечником пропускают ток силой $0,6$ А. Витки провода диаметром $d = 0,4$ мм с тонкой изоляцией плотно прилегают друг к другу. Определить энергию магнитного поля в сердечнике, а также объемную плотность энергии магнитного поля, если площадь его сечения $S = 4 \text{ см}^2$, а диаметр средней линии тороида $D = 30 \text{ см}$.

Дано: $I = 0,6 \text{ А}$, $d = 0,4 \text{ мм}$, $S = 4 \text{ см}^2$, $D = 30 \text{ см}$.

Найти: W_M , w — ?

Решение.

Для нахождения энергии магнитного поля в железном сердечнике необходимо найти индуктивность тороида L . Длина средней линии тороида значительно превышает диаметр его витков, поэтому можно рассматривать данный тороид как длинный соленоид, согнутый в кольцо.

$$L = \mu_0 \mu n^2 V,$$

где μ_0 – магнитная постоянная, μ – магнитная проницаемость железа,

$n = \frac{N}{l}$ – число витков на единицу длины, V – объем тороида,

$$V = 2\pi RS, \quad N = \frac{\pi D}{d}; \quad n = \frac{1}{d}.$$

Используя соотношения для V и n , получим

$$L = \frac{\mu_0 \mu \pi D S}{d^2}. \quad (1)$$

Так как $\mu_0 \mu = B/H$, найдем величины H и B , характеризующие магнитное поле в сердечнике. Применив теорему о циркуляции вектора \vec{H} , где в качестве контура интегрирования возьмем длину средней линии кольца $l = \pi D$, получим

$$Hl = NI, \quad H = \frac{NI}{l} = nI = \frac{I}{d} = 1,5 \cdot 10^3 \text{ А/м}. \quad (2)$$

По кривой намагничивания железа находим магнитную индукцию в сердечнике

$$B = 1,35 \text{ Тл}.$$

Отсюда

$$L = \frac{B \pi D S}{H d^2}. \quad (3)$$

Зная индуктивность тороида и силу тока в обмотке найдем, с учетом формул (2) и (3), энергию магнитного поля в сердечнике:

$$W_M = \frac{LI^2}{2} = \frac{\pi B D S I^2}{2 d^2 H},$$

$$W_M = 0,4 \text{ Дж}.$$

Найдем объемную плотность энергии w магнитного поля. По определению

$$w = \frac{W_M}{V} = \frac{\pi B D S I^2}{2 d^2 H \pi D S} = \frac{B I^2}{2 d^2 H} = \frac{B H^2}{2 H} = \frac{B H}{2},$$

$$w = 10^3 \text{ Дж/м}^3.$$

Пример 6.

Шарик массой $m = 0,1$ кг, подвешенный к невесомой пружине с жесткостью $k = 10$ Н/м, совершает гармонические колебания с амплитудой $A = 4 \cdot 10^{-2}$ м. Считая колебания незатухающими и

начальную фазу $\varphi_0 = 0$, определить смещение шарика за время $t_1 = 52,3$ мс от начала колебаний, полную энергию колебательного движения шарика и его кинетическую энергию в момент прохождения им положения равновесия, а также кинетическую и потенциальную энергию в момент времени $t_2 = \frac{T}{6}$ после начала колебаний.

Дано: $m = 0,1$ кг, $k = 10$ Н/м, $\varphi_0 = 0$, $t_1 = 52,3$ мс, $t_2 = \frac{T}{6}$,

$A = 4 \cdot 10^{-2}$ м.

Найти: $x_1, E, E_{k0}, E_{k2}, E_{п2} - ?$

Решение.

Смещение x при гармонических колебаниях определяется по формуле

$$x = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

где $\omega = \frac{2\pi}{T}$ – циклическая частота колебаний.

Так как $\varphi_0 = 0$, то

$$x = A \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right).$$

Период упругих гармонических колебаний определяется соотношением

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k}},$$

где m – масса колеблющегося тела, k – жесткость пружины.

Находим смещение x_1 по формуле

$$x_1 = A \sin\left(\sqrt{k/m} \cdot t_1\right).$$

Подставляя значения A, k, m и t_1 , получим $x_1 = 2 \cdot 10^{-2}$ м.

Полную энергию колебательного движения определим по формуле

$$E = \frac{1}{2} k A^2.$$

Так как в момент прохождения положения равновесия вся энергия колебательного движения переходит в кинетическую, то

$$E_{k0} = E = \frac{1}{2}kA^2 = \frac{1}{2}mv_0^2.$$

Вычисляем полную энергию колебательного движения и равную ей максимальную кинетическую энергию колеблющейся материальной точки:

$$E = E_{k0} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ Дж.}$$

Кинетическую энергию шарика в момент времени $t_2 = \frac{T}{6}$ находим из следующих соотношений.

Скорость движения шарика

$$v = \frac{dx}{dt} = A\omega \cos(\omega t),$$

$\omega t = \varphi$, по условию $\varphi_0 = 0$, $A\omega = v_0$, поэтому $v = v_0 \cos \varphi$ – мгновенное значение скорости, v_0 – максимальная скорость, $\varphi = \left(\frac{2\pi}{T}\right)t$ – фаза колебаний.

Так как $\frac{1}{2}mv_0^2 = E$ – полная энергия, то

$$E_k = \frac{1}{2}mv_0^2 \cos^2 \varphi = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2 \varphi = E \cos^2 \varphi.$$

Учитывая значение φ , получаем

$$E_{k2} = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T}t_2\right) = E \cos^2 \left(\frac{2\pi}{T}t_2\right) = E \cos^2 \frac{\pi}{3}.$$

Для потенциальной энергии в момент времени t_2 имеем

$$E_{\text{П}2} = \frac{1}{2}kx_2^2 = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2 \varphi = E \sin^2 \varphi,$$

где $x_2 = A \sin \varphi$.

В данном случае

$$E_{\text{П}2} = \frac{1}{2}kA^2 \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T}t_2\right) = E \sin^2 \left(\frac{2\pi}{T}t_2\right) = E \sin^2 \frac{2\pi}{3}.$$

Потенциальную энергию можно найти и из закона сохранения энергии

$$E_{\text{П}2} = E - E_{k2}.$$

Подставляя числовые значения, определим E_{k2} и $E_{\text{П}2}$ в момент времени t_2 :

$$E_{k2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}, E_{п2} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}.$$

Пример 7.

Определить длину электромагнитной волны в вакууме, на которую настроен колебательный контур, если максимальный заряд конденсатора $q_0 = 20$ нКл, а максимальная сила тока в контуре $I_0 = 1$ А. Какова емкость конденсатора, если индуктивность контура равна $0,2$ мкГн? Какова энергия электрического поля конденсатора в тот момент, когда энергия магнитного поля составляет $3/4$ от её максимального значения? Определить напряжение на конденсаторе в тот момент. Активным сопротивлением контура пренебречь.

Дано: $q_0 = 20$ нКл, $I_0 = 1$ А, $L = 0,2$ мкГн, $R = 0$ м, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

Найти: λ , C , $W_{Э}$, U –?

Решение.

Длина электромагнитной волны определяется по формуле

$$\lambda = c \cdot T,$$

где c – скорость электромагнитной волны в вакууме, T – период.

По формуле Томпсона найдем период

$$T = 2\pi\sqrt{LC}, \quad (1)$$

но для этого необходимо определить емкость конденсатора C .

Используем закон сохранения и превращения энергии.

При незатухающих колебаниях (по условию $R = 0$) максимальная энергия магнитного поля равна максимальной энергии электрического поля и равна полной энергии электромагнитных колебаний в контуре, т. е. $W_{0Э} = W_{0М} = W$, отсюда

$$\frac{q_0^2}{2C} = \frac{LI_0^2}{2}, \quad LC = \frac{q_0^2}{I_0^2}.$$

Подставляя это значение в формулу (1), получим

$$T = 2\pi \frac{q_0}{I_0}.$$

Найдем длину электромагнитной волны:

$$\lambda = c \cdot 2\pi \frac{q_0}{I_0}, \quad \lambda = 38 \text{ м}.$$

Зная индуктивность контура, находим емкость конденсатора:

$$C = \frac{q_0^2}{LI_0^2}, \quad C = 2 \cdot 10^{-9} \text{ Ф}.$$

Полная энергия электромагнитных колебаний в контуре равна сумме мгновенных значений энергии электрического и магнитного полей и, при отсутствии затухания колебаний, есть величина постоянная:

$$W = W_{0M} = W_{\mathcal{E}} + W_M,$$

где $W_M = \frac{3}{4}W_{0M}$.

Следовательно, $W_{0M} = \frac{3}{4}W_{0M} + W_{\mathcal{E}}$; отсюда

$$W_{\mathcal{E}} = \frac{1}{4}W_{0M} = \frac{1}{4} \frac{LI_0^2}{2}.$$

Подставляя числовые значения, находим энергию электрического поля для данного момента времени:

$$W_{\mathcal{E}} = 2,5 \cdot 10^{-8} \text{ Дж.}$$

Находим мгновенное значение напряжения на конденсаторе:

$$\frac{CU^2}{2} = \frac{1}{4} \frac{LI_0^2}{2}, \quad U = \frac{I_0}{2} \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad U = 5 \text{ В.}$$

Пример 8.

Колебательный контур состоит из параллельно соединенных конденсатора емкостью $C = 1$ мкФ и катушки индуктивностью $L = 10$ мГн. Сопротивление контура $R = 100$ Ом. Определить силу тока в контуре в момент времени $t_1 = 50$ мкс, если при $t = 0$ заряд на конденсаторе $q_1 = 10$ мкКл, а начальная сила тока равна 0.

Дано: $C = 1$ мкФ, $L = 10$ мГн, $R = 100$ Ом, $t_1 = 50$ мкс, $t = 0$, $q_1 = 10$ мкКл, $I_0 = 0$.

Найти: $I_1 - ?$

Решение.

Исходя из условий данной задачи, можно утверждать, что в колебательном контуре совершаются затухающие электромагнитные колебания, уравнение которых для заряда на конденсаторе имеет следующий вид:

$$q = q_0 e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0), \quad (1)$$

где $q_0 e^{-\beta t}$ – амплитуда затухающих колебаний, $\beta = \frac{R}{2L}$ – коэффициент

затухания, $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \beta^2}$ – циклическая частота, q_0 и φ_0 – начальные амплитуда и фаза, которые определяются из начальных условий.

Коэффициент затухания и циклическую частоту найдем из условий задачи.

$$\beta = 5 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}, \quad \omega = 8,7 \cdot 10^3 \text{ с}^{-1}.$$

Учитывая, что при $t = 0$ заряд на конденсаторе $q = q_1$, получим уравнение для определения φ_0 – начальной фазы колебаний и q_0 – начальной амплитуды.

$$q_1 = q_0 \sin \varphi_0. \quad (2)$$

Используя условие задачи, что в начальный момент времени при $t = 0$ сила тока I равна нулю, получим второе уравнение для нахождения φ_0 и q_0 .

$$I = -\frac{dq}{dt} = -q_0 \left[-\beta e^{-\beta t} \sin(\omega t + \varphi_0) + \omega e^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0) \right], \quad (3)$$

$$-\beta \sin \varphi_0 + \omega \cos \varphi_0 = 0. \quad (4)$$

Решая систему уравнений (2) и (4), определяем φ_0 и q_0 :

$$\left. \begin{aligned} q_1 &= q_0 \sin \varphi_0, \\ \beta \sin \varphi_0 &= \omega \cos \varphi_0, \end{aligned} \right\}$$

$$\varphi_0 = \arctg\left(\frac{\omega}{\beta}\right), \quad \varphi_0 = \frac{\pi}{3}, \quad q_0 = \frac{2q_1}{\sqrt{3}}.$$

Итак, закон изменения заряда q со временем определен полностью:

$$q = \frac{2q_1}{\sqrt{3}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin\left(\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} \cdot t + \frac{\pi}{3}\right).$$

Значение силы тока I_1 при $t_1 = 50$ мкс найдем из уравнения (3).

$$I = q_0 \left[\beta \sin(\omega t + \varphi_0) - \omega \cos(\omega t + \varphi_0) \right] \cdot e^{-\beta t}.$$

Подставив числовые значения, получим

$$I = 4,6 \cdot 10^{-2} \text{ А}.$$

Пример 9.

Сопротивление $R=10$ Ом и катушка с индуктивностью $L=0,1$ Гн соединены последовательно. Какую емкость необходимо включить последовательно в цепь (см. рис. 27), чтобы уменьшить сдвиг фазы между ЭДС и силой тока на $\Delta\varphi = 27^\circ$? Частота изменения гармонической ЭДС $\nu = 50$ Гц.

Дано: $R=10$ Ом, $L=0,1$ Гн, $\Delta\varphi = 27^\circ$, $\nu = 50$ Гц.

Найти: $C - ?$

Решение.

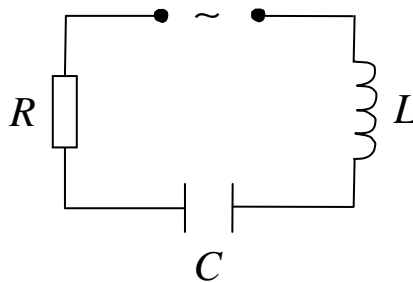
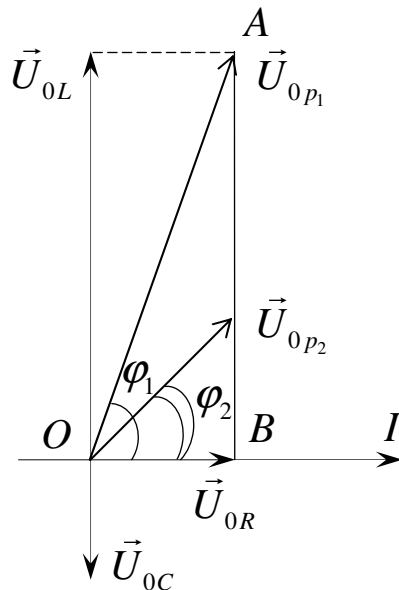


Рис. 27



$$U_{0L} = I_0 X_L = I_0 \omega L$$

$$U_{0C} = I_0 X_C = I_0 \frac{1}{\omega C}$$

$$U_{0R} = I_0 R$$

Рис. 28

Используем метод векторных диаграмм (рис. 28).

Направим ось токов горизонтально. Тогда колебания напряжения на сопротивлении R совпадают по фазе с колебаниями силы тока и изображают вектором \vec{U}_{0R} , колебания напряжения на индуктивности – вектором \vec{U}_{0L} , направленным перпендикулярно оси токов, и колебания напряжения на емкости – вектором \vec{U}_{0C} , также направленным перпендикулярно оси токов, но в другую сторону.

Из треугольника AOB имеем:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{I_0 X_L}{I_0 R} = \frac{\omega L}{R}.$$

Отсюда $\varphi_1 = \operatorname{arctg} \left(\frac{\omega L}{R} \right)$, $\varphi_1 \approx 72^\circ$.

Следовательно, $\varphi_2 = \varphi_1 - \Delta\varphi = 45^\circ$.

Когда включается емкость, то фазу φ_2 находим по формуле

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}.$$

Учитывая, что $\omega = 2\pi\nu$, находим неизвестную емкость

$$C = \frac{1}{2\pi\nu(2\pi\nu L - R \cdot \operatorname{tg} \varphi_2)}, \quad C \approx 1,5 \cdot 10^2 \text{ мкФ}.$$

Пример 10.

Материальная точка участвует в трех колебаниях, происходящих по одной прямой и выраженных уравнениями:

$$x_1 = 3 \cos(t), \quad (1)$$

$$x_2 = 3 \cos\left(t + \frac{\pi}{3}\right), \quad (2)$$

$$x_3 = 3 \sin\left(t + \frac{7\pi}{6}\right). \quad (3)$$

(Смещения даны в сантиметрах.) Определить амплитуду и начальную фазу результирующего колебания. Написать его уравнение.

Дано: $x_1 = 3 \cos(t)$, $x_2 = 3 \cos\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$, $x_3 = 3 \sin\left(t + \frac{7\pi}{6}\right)$.

Найти: A , φ_0 — ?

Решение.

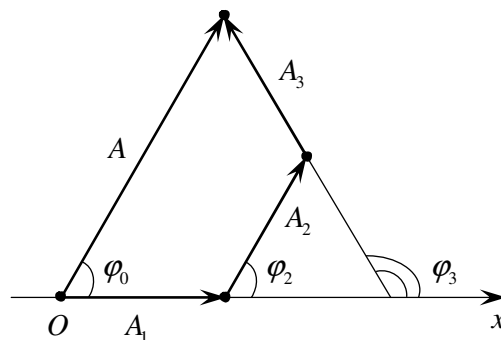


Рис. 29

Точка участвует в трех гармонических колебаниях, так как смещения x_1 , x_2 , x_3 являются синусоидальными (косинусоидальными) функциями времени. Результирующее колебание точки также будет гармоническим.

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}, \quad (4)$$

где (4) – формула для определения амплитуды результирующего гармонического колебания.

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{A_1 \sin \varphi_1 + A_2 \sin \varphi_2}{A_1 \cos \varphi_1 + A_2 \cos \varphi_2}, \quad (5)$$

где (5) – формула для определения начальной фазы результирующего колебания.

Эти формулы применяются для случая, когда уравнения слагаемых колебаний содержат одну и ту же тригонометрическую функцию.

Поэтому перепишем уравнение (3), выразив x_3 через косинус:

$$x_3 = 3 \cos\left(t + \frac{2\pi}{3}\right).$$

Складываемые колебания характеризуются следующими величинами: амплитуды $A_1 = A_2 = A_3 = 3$ см; циклические частоты $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 1$ рад/с; начальные фазы $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = \frac{\pi}{3}$, $\varphi_3 = \frac{2\pi}{3}$.

С помощью формул (4) и (5) можно сначала сложить любые два из трех заданных колебаний. Затем, еще раз применив эти формулы, найти амплитуды A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания.

Вычисляя, получим $A = 6$ см, $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$.

К этому же результату придем быстрее, применив метод векторных диаграмм. Сущность его в том, что амплитуду A и начальную фазу φ_0 результирующего колебания находят путем сложения векторов. Длина каждого вектора берется равной амплитуде соответствующего колебания, а угол, образованный вектором с осью x , – начальной фазе.

На рис. 29 построена векторная диаграмма по данным задачи. Из чертежа сразу получаем $\varphi_0 = \frac{\pi}{3}$, $A = 2A_1$, т.е. $A = 6$ см, уравнение результирующего колебания имеет вид: $x = 6 \cos\left(t + \frac{\pi}{3}\right)$.

Пример 11.

Точка участвует одновременно в двух взаимно перпендикулярных колебаниях, выраженных уравнениями $x = 2 \sin(\pi t)$, $y = -\cos(\pi t)$ (смещения даны в сантиметрах). Найти уравнение траектории точки и построить ее на чертеже. Показать направление движения точки. Определить скорость и ускорение точки в момент $t = 0,5$ с.

Дано: $x = 2 \sin(\pi t)$, $y = -\cos(\pi t)$, $t = 0,5$ с.

Найти: $y = y(x)$, v , a — ?

Решение.

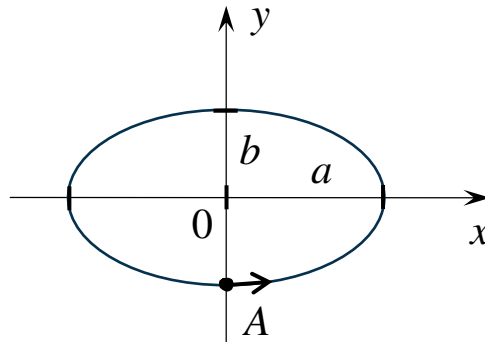


Рис. 30

Исключив время t из двух заданных уравнений, получим зависимость $y = y(x)$.

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{1} = 1.$$

Это каноническое уравнение эллипса с полуосями $a = 2$ см и $b = 1$ см.

Чтобы определить направление движения точки, учтем, что в момент времени $t = 0$ имеем $x = 0$, $y = -1$ см, и следовательно, точка находится в положении A (рис. 30). При возрастании t увеличивается также x , значит, точка движется по траектории против часовой стрелки. Скорость точки \vec{v} при ее движении по эллипсу равна векторной сумме скоростей \vec{v}_x и \vec{v}_y в слагаемых колебаниях.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (1)$$

Аналогично определим искомое ускорение:

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}. \quad (2)$$

По формулам $x = A \sin(\omega t + \varphi_0)$, $v = \frac{dx}{dt} = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0)$,

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0).$$

Для нашего случая имеем:

$$v_x = 2\pi \cos(\pi t), \quad v_y = \pi \sin(\pi t),$$

$$a_x = -2\pi^2 \sin(\pi t), \quad a_y = \pi^2 \cos(\pi t).$$

Подставим эти значения в формулы (1) и (2), найдем:

$$v = \sqrt{4\pi^2 \cos^2(\pi t) + \pi^2 \sin^2(\pi t)},$$

$$a = \sqrt{4\pi^4 \sin^2(\pi t) + \pi^4 \cos^2(\pi t)}.$$

Взяв $t = 0,5$ с и выполнив вычисления, получим $v = 3,14$ см/с, $a = 19,7$ см/с².

Пример 12.

В незатухающей бегущей волне задана точка M , отстоящая от источника колебаний на расстоянии $y = \frac{\lambda}{12}$ в направлении распространения волны. Амплитуда колебаний $A = 0,05$ м. Считая в начальный момент времени смещение точки P , находящейся в источнике, максимальным, определить смещение от положения равновесия точки M для момента $t = \frac{T}{6}$, а также разность фаз колебаний точек M и P .

$$\text{Дано: } y = \frac{\lambda}{12}, \quad A = 0,05 \text{ м}, \quad t = \frac{T}{6}.$$

Найти: $x, \Delta\varphi$ — ?

Решение.

Смещение точки M можно найти с помощью уравнения бегущей волны:

$$x = A \sin \left[\omega \left(t - \frac{y}{c} \right) + \varphi_0 \right],$$

где x — смещение от положения равновесия точки, находящейся на расстоянии y от источника гармонических колебаний,

характеризующихся амплитудой A , циклической частотой ω и начальной фазой φ_0 , c – скорость волны.

Используя условие задачи, преобразуем это уравнение так, чтобы в него вошли длина волны λ и период T колебаний.

Учитывая соотношение $\omega = \frac{2\pi}{T}$ и $\lambda = cT$, получим

$$x = A \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{cT} \right) + \varphi_0 \right] = A \sin \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right]. \quad (1)$$

Чтобы найти начальную фазу φ_0 , воспользуемся начальными условиями задачи: если $t = 0$, $y = 0$, то $x = A$. При этих значениях t , y , x из уравнения (1) имеем $\sin \varphi_0 = 1$, откуда $\varphi_0 = \frac{\pi}{2}$. Теперь,

подставив числовые значения A , $\frac{t}{T}$, $\frac{y}{\lambda}$, φ_0 в (1), получим значение для смещения точки M

$$x = 0,05 \cdot \sin \left[2\pi \left(\frac{1}{6} - \frac{1}{12} \right) + \frac{\pi}{2} \right] = 0,044 \text{ м.}$$

Для вычисления разности фаз ($\varphi_M - \varphi_P$) колебаний точек M и P учтем, что для точки P координата $y = 0$. Следовательно, в любой момент t фаза точки P , т.е. аргумент синуса в (1), равна $\frac{2\pi t}{T} + \varphi_0$.

Тогда $\varphi_M - \varphi_P = \left[2\pi \left(\frac{t}{T} - \frac{y}{\lambda} \right) + \varphi_0 \right] - \left[2\pi \frac{t}{T} + \varphi_0 \right] = -2\pi \frac{y}{\lambda} = -\frac{\pi}{6}$, таким образом, колебания точки M отстают по фазе от колебаний источника на угол $\frac{\pi}{6}$.

3.4. ВАРИАНТЫ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ЗАДАНИЙ

Таблица 3

№	Номера задач									
1	1	81	123	139	219	232	306	307	316	404
2	2	80	124	140	219	233	305	308	357	403
3	3	79	125	141	219	234	304	309	358	402
4	4	78	126	142	220	235	303	310	359	401
5	5	77	127	143	221	236	302	311	360	400
6	6	76	128	144	222	237	298	312	384	395
7	7	75	129	145	223	238	299	313	385	396
8	8	74	117	146	224	239	300	314	386	397
9	9	73	118	179	225	242	301	315	387	398
10	10	72	119	178	226	241	280	316	388	399
11	11	71	120	177	227	240	281	317	389	404
12	12	70	121	176	191	251	282	318	390	403
13	13	69	122	175	190	252	283	319	391	402
14	14	68	106	174	189	253	284	320	392	401
15	15	67	107	173	188	254	285	321	393	400
16	16	66	108	172	187	255	286	322	394	395
17	17	65	109	171	186	256	287	323	357	396
18	18	64	110	170	185	243	288	324	358	397
19	19	63	111	169	184	244	289	341	359	398
20	20	62	112	168	183	245	290	342	360	399
21	21	61	113	167	182	246	291	343	376	404
22	22	60	114	166	181	247	292	344	377	403
23	23	59	115	165	180	248	293	345	378	402
24	24	58	116	147	192	249	294	346	379	401
25	25	57	105	148	193	250	295	347	380	400
26	26	56	104	149	194	240	296	348	381	395
27	27	55	103	150	195	241	297	349	382	396
28	28	54	102	151	196	242	257	350	383	397
29	29	53	101	152	197	228	258	351	366	398
30	30	52	117	153	198	229	259	352	367	399
31	31	51	118	154	199	230	260	353	368	404
32	32	85	119	155	200	231	261	354	369	403
33	33	86	120	156	201	232	262	355	370	402
34	34	87	121	157	202	233	263	356	371	401
35	35	88	122	158	203	234	264	325	372	400
36	36	89	101	159	204	235	265	326	373	395
37	37	90	102	160	205	236	266	327	374	396
38	38	91	103	161	206	237	267	328	375	397
39	39	92	104	162	207	238	268	329	376	398
40	40	93	105	163	208	239	269	330	377	399
41	41	94	114	164	209	251	270	331	378	404
42	42	95	113	130	210	252	271	332	379	403
43	43	96	112	131	211	253	272	333	380	402
44	44	97	116	132	212	254	273	334	361	401
45	45	98	115	133	213	255	274	335	362	400
46	46	99	106	134	214	256	275	336	363	395
47	47	100	107	135	215	228	276	337	364	396
48	48	84	108	136	216	229	277	338	381	397
49	49	83	109	137	217	230	278	339	382	398
50	50	82	110	138	218	231	279	340	383	399

ПРИЛОЖЕНИЕ

Основные физические константы

Ускорение свободного падения $g = 9,81 \text{ м/с}^2$.

Универсальная газовая постоянная $R = 8,31 \text{ Дж/(моль} \cdot \text{К)}$.

Постоянная Больцмана $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ Дж/К}$.

Заряд электрона $e = -1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Масса электрона $m = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$.

Заряд протона $q = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$.

Масса протона $m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$.

Скорость света в вакууме $c = 3,00 \cdot 10^8 \text{ м/с}$.

Постоянная закона Стефана – Больцмана $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Вт/(м}^2 \cdot \text{К}^4)$.

Постоянная закона смещения Вина $b = 2,90 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{К}$.

Постоянная Планка $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Дж} \cdot \text{с}$.

Электрическая постоянная $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/м}$.

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ Гн/м}$.

Таблица П1

Относительные атомные массы (атомные веса) A
и порядковые номера Z некоторых элементов

Элемент	Символ	A	Z	ЭЛЕМЕНТ	Символ	A	Z
Водород	H	1	1	Кальций	Ca	40	20
Гелий	He	4	2	Марганец	Mn	55	25
Углерод	C	12	6	Железо	Fe	56	26
Азот	N	14	7	Никель	Ni	59	28
Кислород	O	16	8	Медь	Cu	64	29
Неон	Ne	20	10	Серебро	Ag	108	47
Натрий	Na	23	11	Олово	Sn	119	50
Алюминий	Al	27	13	Вольфрам	W	184	74
Сера	S	32	16	Платина	Pt	195	78
Хлор	Cl	35	17	Золото	Au	197	79
Аргон	Ar	40	18	Ртуть	Hg	201	80

ТАБЛИЦА П2

Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3,0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1,9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2,3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2,7 \cdot 10^{-10}$

Таблица П3

Диэлектрическая проницаемость

Вещество	Проницаемость	Вещество	Проницаемость
Парафин	2,0	Эбонит	3,0
Стекло	7,0	Масло	2,2
Фарфор	5,0	Слюда	7,0

Таблица П4

Удельное сопротивление металлов

Металл	Удельное сопротивление, Ом·м	Металл	Удельное сопротивление, Ом·м
Железо	$9,8 \cdot 10^{-8}$	Медь	$1,72 \cdot 10^{-8}$
Нихром	$1,1 \cdot 10^{-8}$	Серебро	$1,6 \cdot 10^{-8}$

Таблица П5

Энергия ионизации

Вещество	E_i , Дж	E_i , эВ
Водород	$2,18 \cdot 10^{-18}$	13,6
Гелий	$3,94 \cdot 10^{-18}$	24,6
Ртуть	$1,66 \cdot 10^{-18}$	10,4
Литий	$1,21 \cdot 10^{-17}$	75,6

Таблица П6

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санتي	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^9	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^6	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^3	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^2	фемто	ф	10^{-15}
дека	де	10^1	атто	а	10^{-18}

Таблица П7

Некоторые математические формулы

$\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$	$\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$	$\frac{d}{dx}(\ln x) = \frac{1}{x}$
$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$	$\frac{d}{dx}\left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$\frac{d}{dx}(e^{ax}) = ae^{ax}$
$\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a $	$(uv)' = u'v + v'u$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
$\int \frac{dx}{x} = \ln x + const$	$\int \frac{dx}{x^2} = -\frac{1}{x} + const$	$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + const$
$\int_a^b x dx = \frac{1}{2} x^2 \Big _a^b = \frac{1}{2}(b^2 - a^2)$	$\ln a + \ln b = \ln(ab)$	$\ln a - \ln b = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Савельев И.В. Курс общей физики: В 3-х т. - Т.2. – М.: Наука, 2000. – 496 с.
2. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1998. – 542 с.
3. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2000. – 718 с.
4. Методическое пособие к решению задач по курсу общей физики в системе РИТМ. Ч.2. /Л.Е. Гатько, А.И. Матвеев, Ю.П. Пасичный. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. – 163 с.
5. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1997. – 544 с.
6. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1990. – 400 с.
7. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физики: Учебное пособие для студентов втузов. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.

**Гатько Людмила Евстафьевна
Редин Александр Александрович
Фатеева Валентина Афанасьевна**

**Учебно-методическое пособие
для выполнения индивидуального задания
по дисциплине**

Физика

Часть 2

Ответственный за выпуск Редин А.А.
Редактор Кочергина Т.Ф.
Корректор Селезнева Н.И.

ЛР №020565 от 23.06.1997 г. Подписано к печати
Формат 60x84/16. Бумага офсетная. Офсетная печать.
Усл. п. л. – 5,4. . Уч-изд. л . – 5,0.
Заказ № Тираж 100 экз.
«С»

Издательство ЮФУ
ГСП 17А, Таганрог, Некрасовский, 44

Типография ЮФУ
ГСП 17А, Таганрог, Некрасовский, 44