МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ
Технологический институт
Федерального государственного – образовательного
учреждения высшего профессионального образования
«Южный федеральный университет»

Кафедра Физики

Учебно-методическое пособие и контрольные задания по физике
Часть 1

Для студентов всех инженерных специальностей
факультета безотрывных форм обучения

ЕГФ

Таганрог 2009

УДК 53(075.8)

Составители: Арзуманян Г.В., Гатько Л.Е., Третьякова А.В., Фатеева В.А., Чилингарова Н. С.

Учебно-методическое пособие и контрольные задания по физике. Часть 1. – Таганрог: Изд-во Технологического института ЮФУ, 2009. – 96 с.

В данной работе приводятся общие рекомендации по самостоятельному изучению дисциплины «Физика» и решению задач по данной дисциплине, программа курса «Физика» на второй учебный семестр, основные законы и соотношения, примеры решения задач, а также условия задач для выполнения контрольных работ по данной дисциплине, список вопросов для самоконтроля.

Работа предназначена для студентов факультета БФО, обучающихся по всем инженерным специальностям.

Табл.: 11. Ил.: 14. Библиогр.: 12 назв.

Рецензент: Колпачев А.Б., канд. физ.-мат. наук, профессор кафедры физики.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Вашему вниманию предлагается учебно-методическое пособие по курсу «Физика» для студентов факультета БФО, обучающихся по всем инженерным специальностям ТТИ ЮФУ.

Дисциплина «Физика» совместно с дисциплиной «Высшая математика» составляет основу теоретической подготовки инженеров всех направлений и играет роль фундаментальной базы, без которой невозможна их дальнейшая успешная деятельность.

Основными целями дисциплины являются:

– формирование у студентов естественно-научного образа мышления;

– выработка умений и навыков по анализу реальных физических процессов.

Основными задачами курса «Физика» являются:

– обеспечение широкой теоретической подготовки студентов в области физики;

– получение студентами представлений об основных физических явлениях;

– усвоение студентами основных физических понятий и законов классической и современной физики, формирование представлений о границах применимости различных физических теорий;

– изучение приемов и приобретение навыков решения конкретных задач, помогающих студентам в дальнейшем решать инженерные задачи;

– формирование умения оценить степень достоверности результатов, полученных с помощью экспериментальных и теоретических методов исследований;

– получение начальных навыков проведения экспериментальных исследований в процессе выполнения лабораторных работ, ознакомление студентов с современными измерительными приборами, а также выработка навыков анализа реальных физических процессов

В данном пособии приводится программа дисциплины «Физика» на второй семестр обучения, включающая следующие разделы: классическая механика, основы молекулярной физики идеального газа и основы термодинамики. В пособии также представлены в виде соотношений основные законы теоретического курса, условия задач для выполнения контрольных работ по данной дисциплине. Приводимые примеры решения задач облегчат освоение методики решения задач по соответствующей теме.

Авторы надеются, что данное методическое пособие поможет студентам в овладении основами данной дисциплины.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Изучение студентом-заочником курса «Физика» складывается из следующих видов работ: самостоятельной проработки дисциплины по учебным пособиям, работы в контакте с преподавателем, решения задач, выполнения контрольных и лабораторных работ, сдачи зачетов и экзаменов.

Самостоятельное изучение дисциплины «Физика» по учебным пособиям является основным видом работы студента-заочника. При этом нужно иметь в виду следующее.

1. Изучать курс «Физика» необходимо систематически в течение всего учебного процесса. Знакомство с материалом дисциплины в сжатые сроки (например, перед экзаменом) не даёт глубоких и прочных знаний.

2. В качестве учебных пособий можно использовать учебники и методические пособия, указанные в списке основной и дополнительной литературы.

3. При чтении учебного пособия желательно составлять краткий конспект, в котором сжато описываются основные физические явления, приводятся определения физических величин и единицы их измерения, записываются формулировки законов и формулы, выражающие эти законы, по возможности делаются пояснительные чертежи и решаются типовые задачи.

4. Самостоятельную работу по изучению курса «Физика» желательно контролировать с помощью ответа на вопросы, предназначенные для самоконтроля (с. 87).

Решение задач является необходимым условием успешного изучения курса «Физика». Решение задач помогает успешно усвоить теоретический материал, понять смысл законов, закрепляет в памяти математические выражения законов, прививает умения и формирует навыки практического использования теоретических знаний. Следует отметить, что для решения задач по физике не существует универсального алгоритма. Тем не менее, ***рекомендуется придерживаться следующей схемы действий, которая зачастую помогает успешно решить задачу.***

1. Попытаться предельно четко понять условие задачи и образно представить себе соответствующий физический процесс.

2. ***Сделать рисунок или схему*** (если это возможно), поясняющие содержание задачи, по возможности ***указать все физические величины***, которые помогают понять физический процесс, описанный в задаче, и ***которые могут быть пояснены на рисунке***.

3. Прежде чем начинать решать задачи, внимательно разобрать примеры решения задач по соответствующему разделу.

4. Записать после слова «Дано» все величины с числовыми значениями, которые используются при решении задачи, в том числе и величины, взятые из таблиц. Физические величины записываются в системе СИ с указанием их размерностей.

После слова «Найти» записать все величины или соотношения между ними, которые необходимо определить по условию задачи.

5. ***Записать выражения законов***, которыми описываются процессы, указанные в задаче, и на которых базируется её решение. Привести ***расшифровку всех буквенных обозначений***. Далее необходимо проанализировать полученные уравнения и попытаться мысленно представить себе последовательность действий по определению неизвестной величины.

6. Каждый этап решения задачи необходимо сопровождать ***краткими*** **и** ***исчерпывающими пояснениями***.

7. Задачу необходимо решать ***в общем виде***, т.е. выразить искомую величину в виде формулы, в которую входят величины, указанные после слова «Дано». Не допускается (за редкими исключениями) вычисление промежуточных величин. ***Числовые значения*** (без размерностей) ***подставляются только в конечную формулу***, выражающую искомую неизвестную величину.

8. Произвести проверку на размерность. Для этого подставить в конечную формулу наименования единиц всех входящих в неё

величин и убедиться в правильности наименования искомой величины.

9. Оценить правдоподобность числового ответа. Иногда такая оценка помогает своевременно обнаружить ошибочность полученного результата и устранить её. Например, КПД двигателя не может быть больше единицы, давление газа, его объём – величины только положительные и т.д.

Выполнение контрольной работы

Во втором семестре студенты выполняют две контрольные работы по следующим разделам:

– ***физические основы механики*** (***1-я контрольная работа***);

– ***молекулярная физика и термодинамика*** (***2-я контрольная работа***).

При этом необходимо выполнять следующие указания.

1. Контрольная работа выполняется только ***по условиям задач данного пособия***. Замена задач на другие, взятые из других изданий, не допускается.

2. Контрольная работа (***каждая!***) выполняется в обычной тетради (как правило, 18 стр.) в клетку, на обложку которой наклеивается ***специальный*** (***по содержанию и форме***) ***бланк***, выдаваемый деканатом.

3. Контрольная работа выполняется ***шариковой ручкой черного или синего цвета***. На страницах тетради оставляются поля (2 – 3 см) для замечаний рецензента.

4. ***Оформление*** каждой ***задачи*** начинается ***с новой страницы.*** Сначала без сокращений ***полностью переписывается условие задачи***. Далее выполняется её ***решение в соответствии с правилами***, изложенными ранее.

5. Если контрольная работа после рецензирования не была зачтена, студент ***обязан представить её на повторное рецензирование***. Повторная работа содержит те задачи, решения которых оказались неверными или к которым имелись существенные замечания. Она выполняется либо на свободных страницах тетради, где была выполнена незачтённая контрольная работа, либо в новой тетради. В последнем случае она представляется вместе с незачтённой работой. ***Правила оформления*** повторной работы ***не отличаются от правил оформления предыдущей работы***. ***Не***

допускается делать исправления в том же месте, где были допущены ошибки.

6. Если контрольная работа зачтена, но содержит замечания или ошибки, то эти недостатки необходимо устранить до экзамена, на практических занятиях. ***Зачтённые работы студенту не возвращаются.***

7. ***Защита контрольной работы*** проводится в виде беседы, в ходе которой ***студент должен дать развернутое пояснение к любой задаче***, входящей в его контрольную работу.

8. Зачёт, выставленный по контрольной работе, действителен в течение ***трёх учебных семестров***, после чего, если за это время студент не смог сдать экзамен, аннулируется.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ НА ВТОРОЙ СЕМЕСТР

Физические основы механики

Введение. Кинематика материальной точки.

Предмет физики и его связь со смежными науками. Механическое движение. Системы отсчёта. Материальная точка, твёрдое тело. Траектория, путь и перемещение. Скорость и ускорение. Движение материальной точки по окружности. Связь между линейными и угловыми кинематическими характеристиками движения. Кинематические уравнения поступательного и вращательного движения.

Динамика материальной точки.

Первый закон Ньютона. Инерциальные системы отсчёта. Взаимодействие тел. Сила, масса. Импульс тела и его аддитивность. Второй закон Ньютона. Третий закон Ньютона. Изолированная механическая система. Закон сохранения импульса.

Виды сил рассматриваемых в механике. Силы упругости. Силы трения. Центральные силы. Понятие о силовом поле. Гравитационное поле и его напряженность. Поле силы тяжести Земли.

Работа силы в механике. Работа переменной силы. Мощность. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Связь между силой и потенциальной энергией. Потенциал гравитационного поля. Кинетическая энергия. Полная механическая энергия механической системы. Закон сохранения энергии в механике.

Динамика твёрдого тела.

Понятие абсолютно твёрдого тела. Поступательное и вращательное движение твёрдого тела. Число степеней свободы. Центр инерции (центр масс) твёрдого тела. Момент силы. Момент импульса. Момент инерции. Теорема Штейнера. Основной закон динамики вращательного движения твёрдого тела. Закон сохранения момента импульса. Работа при вращательном движении. Кинетическая энергия твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси.

Молекулярная физика и термодинамика

Термодинамические системы. Идеальный газ.

Статистический и термодинамический методы изучения макроскопических явлений. Тепловое движение молекул. Броуновское движение. Взаимодействие молекул. Термодинамическое состояние системы. Параметры состояния. Равновесное и неравновесное термодинамические состояния. Квазиравновесный, равновесный и неравновесный процессы. Работа, совершаемая газом при изменении объёма. Внутренняя энергия газа. Уравнение состояния идеального газа.

Физические основы молекулярно-кинетической теории.

Идеальный газ как молекулярно-кинетическая модель реальных газов. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории газов. Средняя кинетическая энергия поступательного движения одноатомной молекулы и её связь с температурой. Число степеней свободы и средняя энергия многоатомной молекулы. Внутренняя энергия и теплоёмкость идеального газа. Распределение молекул газа по скоростям. Функция распределения. Вероятностный характер закона распределения. Распределение Максвелла. График распределения Максвелла. Наиболее вероятная, средняя арифметическая и средняя квадратичная скорости молекул идеального газа. Распределение молекул по значениям кинетической энергии поступательного движения. Экспериментальная проверка распределения Максвелла. Идеальный газ в поле силы тяжести. Изменение концентрации частиц в зависимости от высоты. Распределение Больцмана. Распределение Максвелла – Больцмана. Столкновения между молекулами. Эффективный диаметр молекул. Средняя длина свободного пробега.

Основы термодинамики.

Метод термодинамики. Основные законы термодинамики. Первое начало термодинамики. Изопроцессы. Работа газа при различных процессах. Количество теплоты. Теплоёмкость Идеального газа. Уравнение Майера. Классическая теория теплоёмкости идеального газа и её ограниченность. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона.

Второе начало термодинамики. Тепловой двигатель. Круговые процессы. Цикл Карно. КПД цикла Карно. Статистический смысл второго начала термодинамики. Энтропия. Связь энтропии и вероятности состояния. Вычисление энтропии идеального газа. Необратимость реальных процессов.

ЛИТЕРАТУРА

Основная

1. Уколов А.С. Лекции по общему курсу физики. Ч.1. Механика: Учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1998. – 135 с.

2. Уколов А.С. Лекции по общему курсу физики. Ч.2. Основы молекулярно-кинетической теории и термодинамики: Учебное пособие. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 1999. – 116 с.

3. Методическое пособие к решению задач по курсу общей физики в системе РИТМ. Ч.1. /Г.В. Куповых, В.Г. Сапогин, А.В. Третьякова, В.А. Фатеева. – Таганрог: Изд-во ТРТУ, 2002. – 100 с.

4. Савельев И.В. Курс общей физики. В 3-х т. Т.1. – М.: Наука, 2000. – 350 с.

5. Трофимова Т.И. Курс физики. – М.: Высшая школа, 1998. – 542с.

6. Детлаф А.А., Яворский Б.М. Курс физики. – М.: Высшая школа, 2000. – 718 с.

7. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. – М.: Высшая школа, 1997. – 544 с.

8. Волькенштейн В.С. Сборник задач по общему курсу физики. – М.: Наука, 1990. – 400 с.

9. Физика. Методические указания и контрольные задания для студентов-заочников /Под ред. А.Г. Чертова. – М.: Высшая школа, 1987. – 167 с.

Дополнительная

1. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Задачи и упражнения с ответами и решениями. – М.: Мир, 1978. – 624 с.

2. Трофимова Т.И. Сборник задач по курсу физика: Учебное пособие для студентов втузов. – М.: Высшая школа, 1991. – 303 с.

3. Фирганг Е.В. Руководство к решению задач по курсу общей физики. – М.: Высшая школа, 1978. – 350 с.

РАЗДЕЛ 1. ФИЗИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ МЕХАНИКИ

1.1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И СООТНОШЕНИЯ

Основы кинематики

1. Кинематическое уравнение движения материальной точки (центра масс твёрдого тела):

$$\vec{r} = \vec{r}(t),$$

где $\vec{r} = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k}$ – радиус-вектор положения материальной точки в пространстве; x, y, z – координаты материальной точки в пространстве; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ – единичные орт-векторы декартовой системы координат.

2. Вектор средней скорости перемещения:

$$\langle \vec{\upsilon} \rangle = \frac{\vec{S}}{\Delta t},$$

где $\vec{S} = \Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ – перемещение материальной точки за время Δt.

3. Средняя путевая скорость:

$$\langle \upsilon \rangle = \frac{l}{\Delta t},$$

где l – путь, пройденный материальной точкой за интервал времени Δt.

Примечание. Путь l в отличие от разности координат $\Delta x = x_2 - x_1$ не может убывать и принимать отрицательные значения, т.е. $l \geq 0$.

4. Вектор и модуль мгновенной скорости материальной точки:

$$\vec{\upsilon} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \frac{dx}{dt}\vec{i} + \frac{dy}{dt}\vec{j} + \frac{dz}{dt}\vec{k} \Rightarrow |\vec{\upsilon}| = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2 + \upsilon_z^2},$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор положения материальной точки в пространстве; $\frac{dx}{dt} = \upsilon_x$, $\frac{dy}{dt} = \upsilon_y$, $\frac{dz}{dt} = \upsilon_z$ – соответственно проекции вектора $\vec{\upsilon}$ на координатные оси OX, OY, OZ.

5. Вектор среднего ускорения:

$$\langle \vec{a} \rangle = \frac{\Delta\vec{\upsilon}}{\Delta t}.$$

6. Вектор и модуль мгновенного ускорения:

$$\vec{a} = \frac{d\vec{\upsilon}}{dt} = \frac{d\upsilon_x}{dt}\vec{i} + \frac{d\upsilon_y}{dt}\vec{j} + \frac{d\upsilon_z}{dt}\vec{k} \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2},$$

где $\vec{\upsilon}$ – вектор скорости материальной точки; $\dfrac{d\upsilon_x}{dt}=a_x$, $\dfrac{d\upsilon_y}{dt}=a_y$, $\dfrac{d\upsilon_z}{dt}=a_z$ – соответственно проекции вектора $\vec{a}$ на координатные оси OX, OY, OZ.

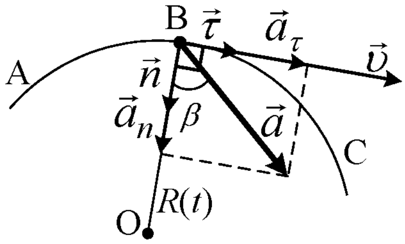


Рис. 1

7. Нормальное ($\vec{a}_n$), тангенциальное ($\vec{a}_\tau$) и полное ($\vec{a}$) ускорения материальной точки, перемещающейся по траектории ABC (рис. 1):

$$\vec{a}_n=\frac{\upsilon^2}{R}\vec{n}\,;\ \vec{a}_\tau=\frac{d|\vec{\upsilon}|}{dt}\vec{\tau}\,;$$

$$\vec{a}=\vec{a}_n+\vec{a}_\tau \ \Rightarrow\ |\vec{a}|=\sqrt{a_n^2+a_\tau^2}\,,$$

где $|\vec{\upsilon}|$ – модуль мгновенной скорости точки; $\vec{\tau}$ – единичный орт ($|\vec{\tau}|=1$) вектора скорости; $\vec{n}$ – единичный орт ($|\vec{n}|=1$) нормали к траектории; $R(t)$ – радиус кривизны траектории в данной её точке.

8. Кинематические уравнения равноускоренного ($\vec{a}=const$) движения материальной точки:

$$\vec{S}=\vec{r}-\vec{r}_0=\vec{\upsilon}_0t+\frac{\vec{a}t^2}{2}\,;\qquad \vec{\upsilon}=\vec{\upsilon}_0+\vec{a}t\,,$$

где $\vec{S}$ – перемещение точки; $\vec{r}$ и $\vec{r}_0$ – соответственно конечный и начальный радиус-векторы точки; $\vec{\upsilon}_0$ – начальная скорость тела; t – время; $\vec{a}$ – ускорение тела; $\vec{\upsilon}$ – конечная скорость тела.

9. Путь l и перемещение $\vec{S}$ материальной точки за промежуток времени от t_1 до t_2:

$$l=\int_{t_1}^{t_2}|\vec{\upsilon}|dt\,;\qquad \vec{S}=\int_{t_1}^{t_2}\vec{\upsilon}dt\,.$$

10. Кинематическое уравнение движения материальной точки по окружности:

$$\varphi=\varphi(t),$$

где φ – угол поворота точки к моменту времени t.

11. Мгновенная угловая скорость:

$$\vec{\omega}=\frac{d\vec{\varphi}}{dt}=\frac{d\varphi}{dt}\vec{e}_z\,,$$

где $d\vec{\varphi}=d\varphi\,\vec{e}_z$ – вектор (псевдовектор) угла поворота; $\vec{e}_z$ – единичный вектор, направленный вдоль оси вращения и связанный с направлением движения точки в соответствии с правилом правого винта.

12. Мгновенное угловое ускорение:

$$\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}}{dt}.$$

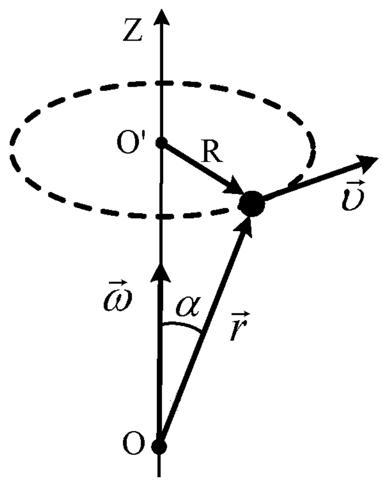


Рис. 2

13. Связи между угловыми и линейными величинами при движении материальной точки по окружности радиусом R (рис. 2):

$$\vec{\upsilon} = [\vec{\omega}, \vec{r}] \Rightarrow \upsilon = \omega r \sin\alpha = \omega R;$$

$$\vec{a}_\tau = [\vec{\varepsilon}, \vec{r}] \Rightarrow a_\tau = \varepsilon r \sin\alpha = \varepsilon R;$$

$$\vec{a}_n = [\vec{\omega}, \vec{\upsilon}] \Rightarrow a_n = \omega \upsilon = \omega^2 R,$$

где υ – линейная скорость материальной точки; ω – её угловая скорость; $\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки относительно произвольной точки на оси вращения; a_τ и a_n – тангенциальное и нормальное ускорения; ε – угловая скорость материальной точки.

14. Кинематические уравнения равноускоренного ($\vec{\varepsilon} = const$) вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси:

$$\vec{\varphi} = \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\varepsilon} t^2}{2}; \quad \vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t,$$

где $\vec{\varphi}$ – угол поворота твёрдого тела; $\vec{\omega}_0$ – начальная угловая скорость тела; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение тела; $\vec{\omega}$ – конечная угловая скорость тела.

Динамика поступательного движения

1. Импульс (количество движения) материальной точки массой m, движущейся со скоростью $\vec{\upsilon}$:

$$\vec{P} = m\vec{\upsilon}.$$

2. Второй закон Ньютона:

$$\vec{F} = \frac{d\vec{P}}{dt} = \frac{d(m\vec{\upsilon})}{dt},$$

где $\vec{F} = \sum \vec{F}_i$ – равнодействующая всех сил (т.е. векторная сумма всех сил), приложенных к телу, принимаемому за материальную точку.

Если в процессе движения масса тела не изменяется (m = = const), то математическая запись второго закона Ньютона принимает вид

$$\vec{F} = \sum_i \vec{F}_i = m\vec{a},$$

где $\vec{a}$ – ускорение тела.

3. Третий закон Ньютона:

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21},$$

где $\vec{F}_{12}$ – сила, действующая на первую материальную точку со стороны второй; $\vec{F}_{21}$ – сила, действующая на вторую материальную точку со стороны первой.

4. Силы в механике:

а) сила упругости (закон Гука)

$$F_x = -kx,$$

где k – коэффициент упругости (в случае пружины – жёсткость); x – абсолютная деформация сжатия или растяжения;

б) сила тяжести

$$\vec{F} = m\vec{g},$$

где g – ускорение свободного падения;

в) сила гравитационного взаимодействия (закон всемирного тяготения)

$$F = G\frac{m_1 m_2}{r^2},$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

г) сила трения (скольжения)

$$F_{тр} = \mu N,$$

где μ – коэффициент трения; N – сила реакции опоры, численно равная силе нормального давления.

5. Радиус-вектор центра масс системы материальных точек:

$$\vec{r} = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{N} m_i \vec{r}_i,$$

где m_i и $\vec{r}_i$ – масса и радиус-вектор i-й материальной точки; $m = \sum_{i=1}^{N} m_i$ – масса системы.

Законы сохранения импульса и энергии

1. Закон сохранения импульса системы.

1.1. Импульс замкнутой системы, т.е. системы, на тела которой не действуют внешние силы, не изменяется с течением времени:

$$\sum_{i=1}^{N}(m_i\vec{\upsilon}_i)=\sum_{i=1}^{N}\vec{P}_i=\vec{P}=const,$$

где $\vec{P}_i=m_i\vec{\upsilon}_i$ – импульс i-го тела системы; N – число взаимодействующих тел; m_i и $\vec{\upsilon}_i$ – масса и скорость i-го тела; $\vec{P}$ – импульс системы тел.

1.2. Если система не замкнута, но результирующая сила внешних сил $\vec{F}_{вн}$, действующих на систему, равна нулю, то импульс системы не меняется со временем:

$$\vec{F}_{вн}=0;\ \sum_{i=1}^{N}(m_i\vec{\upsilon}_i)=\vec{P}=const.$$

1.3. Если система не замкнута, но существует направление, проекция на которое результирующей силы $F_{вн_x}=0$, то проекция на то же направление импульса системы не меняется со временем:

$$\sum_{i=1}^{N}(m_i\upsilon_{i\,x})=\sum_{i=1}^{N}P_{i\,x}=P_x=const.$$

1.4. Если в процессе кратковременного взаимодействия тел их импульсы сильно меняются, то такой процесс называется ударом. При ударе развиваются большие силы (например, взрыв гранаты, соударение тел в воздухе и т.д.), значительно превышающие все постоянно действующие на тела системы силы (например, сила тяжести). В этом случае можно пренебречь внешними силами по сравнению с ударными силами, а систему соударяющихся тел следует считать замкнутой и применять к ней закон сохранения импульса.

1.5. Закон сохранения импульса для замкнутой системы из двух тел:

$$m_1\vec{\upsilon}_1+m_2\vec{\upsilon}_2=m_1\vec{u}_1+m_2\vec{u}_2,$$

где $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ – скорости тел до взаимодействия; $\vec{u}_1$ и $\vec{u}_2$ – скорости тел после взаимодействия.

2. Элементарная работа силы $\vec{F}$:

$$\delta A = (\vec{F} d\vec{r}) = F dr \cos\alpha = F_r dr,$$

где F_r – проекция силы на направление перемещения; α – угол между направлением силы и элементарным перемещением.

3. Работа силы:

$$A = \int_l \delta A = \int_l (\vec{F} d\vec{r}),$$

где l – траектория движения тела.

4. Средняя мощность силы:

$$\langle N \rangle = A / \Delta t,$$

где Δt – время совершения работы A.

5. Мгновенная мощность силы:

$$N = \frac{\delta A}{dt}, \text{ или } N = (\vec{F}\vec{\upsilon}) = F\upsilon\cos\alpha,$$

где F – сила, действующая на тело в данный момент времени; υ – мгновенная скорость тела; α – угол между направлениями векторов силы и скорости.

6. Кинетическая энергия тела, движущегося поступательно:

$$T = \frac{m\upsilon^2}{2} = \frac{P^2}{2m}.$$

7. Работа всех сил, действующих на тело, равна изменению его кинетической энергии:

$$A = \Delta T = T_2 - T_1.$$

8. Работа консервативных сил ($A_к$):

$$A_к = -\Delta П = -(П_2 - П_1),$$

где $П$ – потенциальная энергия тела.

9. Потенциальная энергия:

а) упругодеформированной пружины:

$$П = \frac{1}{2} k x^2,$$

где k – жёсткость пружины; x – абсолютная деформация сжатия или растяжения;

б) гравитационного взаимодействия тел:

$$П = -G m_1 m_2 / r,$$

где G – гравитационная постоянная; m_1 и m_2 – массы взаимодействующих тел; r – расстояние между телами (тела рассматриваются как материальные точки);

в) тела, находящегося в однородном поле силы тяжести:

$$П = mgh,$$

где g – ускорение свободного падения у поверхности Земли; h – высота нахождения тела над уровнем, принятым за нулевой (формула справедлива при условии $h \ll R$, где R – радиус Земли).

10. Связь консервативной силы и потенциальной энергии:

$$\vec F = F_x\vec i + F_y\vec j + F_z\vec k = -\left(\frac{\partial П}{\partial x}\vec i + \frac{\partial П}{\partial y}\vec j + \frac{\partial П}{\partial z}\vec k\right) = -\,\mathrm{grad}П = -\nabla П,$$

где $\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}\vec i + \frac{\partial}{\partial y}\vec j + \frac{\partial}{\partial z}\vec k\right)$ – оператор набла.

11. Полная механическая энергия тела (системы тел):

$$E = T + П.$$

12. Работа неконсервативных сил:

$$A_{нк} = \Delta E = E_2 - E_1.$$

Если $A_{нк} = 0$, то $\Delta E = E_2 - E_1 = 0$ ($E = const$) – математическая запись закона сохранения механической энергии тела (системы тел).

13. Абсолютно упругий удар – взаимодействие тел, при котором выполняется закон сохранения механической энергии и закон сохранения импульса. После абсолютно упругого удара тела движутся раздельно.

Абсолютно неупругий удар – взаимодействие тел, при котором выполняется закон сохранения энергии (механическая энергия частично переходит во внутреннюю) и закон сохранения импульса. После абсолютно неупругого удара тела движутся с одинаковой скоростью либо покоятся.

Динамика вращательного движения твёрдого тела

1. Момент силы $\vec F$ относительно произвольной точки:

$$\vec M = [\vec r, \vec F] \Rightarrow M = rF\sin\alpha,$$

где $\vec r$ – радиус-вектор, проведенной из точки O в точку приложения силы; α – угол между векторами $\vec r$ и $\vec F$.

2. Момент силы $\vec F$ относительно неподвижной оси вращения OZ:

$$M_z = M\cos\varphi,$$

где φ – угол между вектором $\vec{M}$ и осью OZ.

3. Момент импульса $\vec{L}$ относительно произвольной точки:

$$\vec{L} = [\vec{r}, \vec{p}] \Rightarrow L = rp\sin\alpha,$$

где $\vec{r}$ – радиус-вектор материальной точки; $\vec{p}$ – импульс материальной точки; α – угол между векторами $\vec{r}$ и $\vec{p}$.

4. Момент импульса материальной точки относительно неподвижной оси вращения OZ:

$$L_z = L\cos\varphi,$$

где φ – угол между вектором $\vec{L}$ и осью OZ.

5. Момент инерции материальной точки относительно произвольной неподвижной оси вращения:

$$J_z = mr^2,$$

где m – масса материальной точки; r – расстояние материальной точки до неподвижной оси вращения.

6. Момент инерции системы материальных точек:

$$J_z = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2,$$

где m_i – масса i-й материальной точки; r_i – расстояние i-й материальной точки до неподвижной оси вращения.

Момент инерции твёрдого тела:

$$J_z = \int_V r^2 dm = \int_V \rho(r) r^2 dV,$$

где r – расстояние от элемента объёма dV до оси вращения; $dm = \rho(r)dV$ – элементарная масса; $\rho(r)$ – плотность физически бесконечно малого объёма dV твёрдого тела.

7. Моменты инерции некоторых тел с массами m, имеющих правильную геометрическую форму, относительно неподвижной оси OZ, проходящей через их центры масс:

а) стержня длиной l относительно оси, перпендикулярной стержню:

$$J_z = \frac{1}{12} ml^2;$$

б) обруча (тонкостенного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости обруча (совпадающей с осью симметрии цилиндра):

$$J_z = mR^2,$$

где R – радиус обруча (цилиндра);

в) диска радиусом R (сплошного цилиндра) относительно оси, перпендикулярной плоскости диска (совпадающей с осью симметрии цилиндра):

$$J_z = \frac{1}{2} mR^2;$$

г) шара радиусом R:

$$J_z = \frac{2}{5} mR^2.$$

8. Теорема Штейнера:

$$J_z = J_{0z} + ma^2,$$

где J_{0z} – момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс тела; J_z – момент инерции относительно параллельной оси, расположенной на расстоянии a от первой; m – масса тела.

9. Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела относительно неподвижной оси OZ:

$$M_z = \frac{dL_z}{dt} = J_z \varepsilon,$$

где M_z – сумма моментов внешних сил, действующих на тело, относительно оси OZ; L_z – момент импульса тела относительно оси вращения; ε – угловое ускорение; J_z – момент инерции твёрдого тела относительно оси вращения.

10. Проекция на ось OZ момента импульса твёрдого тела, вращающегося относительно неподвижной оси OZ:

$$L_z = J_z \omega,$$

где ω – угловая скорость тела.

11. Закон сохранения момента импульса системы тел, вращающихся вокруг неподвижной оси OZ:

$$\text{если } \sum_i M_{z\text{внеш}_i} = 0, \text{ то } \sum_i L_{zi} = \sum_i J_{zi} \omega_i = const,$$

где $M_{z\text{внеш}_i}$ – момент i-й внешней силы; L_{zi} – момент импульса i-го тела относительно оси вращения; J_{zi} – момент инерции i-го тела относительно оси OZ; ω_i – угловая скорость вращения i-го тела вокруг оси OZ.

12. Кинетическая энергия твёрдого тела, вращающегося вокруг неподвижной оси OZ:

$$T=\frac{1}{2}J_z\omega^2=\frac{L_z^2}{2J_z}.$$

13. Работа внешней силы при вращательном движении:

$$A=\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}(\vec{M}_z\,d\vec{\varphi})=\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}M_z\,d\varphi\cos\alpha,$$

где M_z – момент внешних сил, действующих на тело, относительно оси вращения; $d\vec{\varphi}$ – бесконечно малый угол поворота твёрдого тела.

1.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Кинематическое уравнение материальной точки имеет вид x = A + Bt + Ct^3 (A = 2 м, B = 3 м/с, C = – 0,5 м/с^3). Найти координату x_2, скорость υ_2 и ускорение a_2 материальной точки в момент времени t = 2 с. Каковы средние значения скорости и ускорения за первые 2 с её движения?

***Дано*:** $x(t)$, A =2 м, B= 3 м/с, C = – 0,5 м/с^3, t = 2 с.

***Найти*:** x_2, υ_2, a_2.

Решение. Координату x_2 найдём, подставляя в уравнение движения числовые значения коэффициентов и времени t:

$$x_2 = (2+3\cdot 2 - 0{,}5\cdot 8) = 4 \text{ м}.$$

Мгновенная скорость точки равна производной от уравнения движения:

$$\upsilon=\frac{dx}{dt}=\text{B}+3\text{C}t^2,\ \upsilon_2=-3 \text{ м/с}.$$

Ускорение точки определим как производную от уравнения для скорости:

$$a=\frac{d\upsilon}{dt}=6\text{C}t.$$

Средняя скорость точки находится так:

$$\langle\upsilon\rangle = \Delta x/\Delta t,$$

где Δx – разность координат для моментов времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 2$ с; $\Delta t = t_2 - t_1 = 2$ с; $\Delta x = x_2 - x_1$.

Координата x_2 нам уже известна, координату x_1 для момента времени $t_1 = 0$ найдём из уравнения движения материальной точки $x_1 = 2$ м.

Вычисляем: $\langle \upsilon \rangle = 2$ м/с.

Среднее ускорение определим как

$$\langle a \rangle = \frac{\Delta\upsilon}{\Delta t},$$

где $\Delta\upsilon = \upsilon_2 - \upsilon_1$; $\Delta t = t_2 - t_1$.

Скорость υ_2 для момента времени $t_2 = 2$ с уже вычислена, скорость υ_1 для момента времени $t_1 = 0$ равна 3 м/с. Отсюда $\langle a \rangle =$ $= - 3$ м/с^2.

Задача 2. Тело брошено со скоростью $\upsilon_0 = 20$ м/с под углом $\alpha = 30°$ к горизонту. Пренебрегая сопротивлением воздуха, найти скорость тела, а также его нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения через $t = 1{,}5$ с после начала движения. На какое расстояние l от первоначального положения переместится за это время тело по горизонтали и на какой высоте h оно окажется?

Дано: $\upsilon_0 = 20$ м/с, $\alpha = 30°$, $t = 1{,}5$ с.

***Найти*:** υ, a_n, a_τ, l, h.

Решение. Так как тело движется с постоянным ускорением $\vec{a} = \vec{g}$, его скорость и перемещение в любой момент времени определяются векторными уравнениями:

$$\begin{cases} \vec{\upsilon} = \vec{\upsilon}_0 + \vec{g}t; \\ \Delta\vec{r} = \vec{\upsilon}_0 t + \dfrac{\vec{g}t^2}{2}. \end{cases} \qquad (1)$$

Траектория движения тела представляет собой параболу (рис. 3). Мы не знаем, в какой точке траектории будет тело через 1,5 с после начала движения – на восходящей или нисходящей ветви параболы. Предположим, что оно находится в точке М. Введём координатные оси, направленные по горизонтали (ОХ) и вертикали (OY), и совместим начало координат с положением тела в начальный момент времени. Тогда векторные уравнения (1) в проекциях примут вид систем

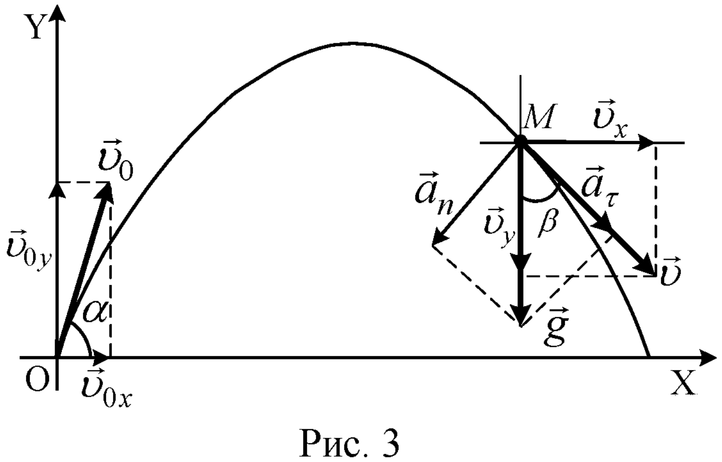


Рис. 3

$$\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon_{0x} + g_x t, \\ \upsilon_y = \upsilon_{0y} + g_y t; \end{cases} \quad \begin{cases} \Delta x = \upsilon_{0x} t + \dfrac{g_x t^2}{2}, \\ \Delta y = \upsilon_{0y} t + \dfrac{g_y t^2}{2}. \end{cases} \tag{2}$$

С учётом того, что $g_x = 0$, $g_y = -g$, $\upsilon_{ox} = \upsilon_o \cos\alpha$, $\upsilon_{ox} = \upsilon_o \sin\alpha$, $\Delta x = x$ (так как $x_1 = 0$), $\Delta y = y$ (так как $y_1 = 0$), системы уравнений (2) примут вид

$$\begin{cases} \upsilon_x = \upsilon_0 \cos\alpha, \\ \upsilon_y = \upsilon_0 \sin\alpha - gt; \end{cases} \quad \begin{cases} x = \upsilon_0 \cos\alpha \cdot t, \\ y = \upsilon_0 \sin\alpha \cdot t - \dfrac{gt^2}{2}. \end{cases}$$

Искомые величины l и h равны значениям координат x, y точки М в момент $t = 1{,}5$ с:

$$l = x = \upsilon_o \cos\alpha \cdot t\,; \tag{3}$$

$$h = y = \upsilon_o \sin\alpha \cdot t - gt^2/2. \tag{4}$$

Скорость υ в точке М найдём через её проекции:

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (\upsilon_0 \sin\alpha - gt)^2}\,. \tag{5}$$

Подставляя в выражения (3), (4) и (5) числовые данные, находим:

$$l = 20{,}0 \cdot 0{,}87 \cdot 1{,}5 = 26 \text{ м}; \; h = [20{,}0 \cdot 0{,}5 \cdot 1{,}5 - 9{,}8 \cdot (1{,}5)^2/2] = 4{,}0 \text{ м};$$

$$\upsilon = \sqrt{20{,}0^2 \cdot 0{,}87^2 + (9{,}8 \cdot 1{,}5 - 20{,}0 \cdot 0{,}5)^2} = 17 \text{ м/с}.$$

1-й способ определения нормального и тангенциального ускорений.

Для определения нормального и тангенциального ускорений учтём, что полное ускорение тела равно g. Разложив вектор g на составляющие по нормальному и касательному направлениям к траектории тела в точке М, получим (см. рис. 3):

$$a_n = g \sin\beta = g \frac{|\upsilon_x|}{\upsilon};$$

$$a_\tau = g \cos\beta = g \frac{|\upsilon_y|}{\upsilon},$$

где β – угол между вертикалью и направлением скорости тела в точке М.

Подставив вместо величин υ_x, $|\upsilon_y| = -\upsilon_y$, υ их выражения, получим:

$$a_n = \frac{g\upsilon_0 \cos\alpha}{\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (\upsilon_0 \sin\alpha - gt)^2}} = 9{,}5 \text{ м/с}^2; \qquad (6)$$

$$a_\tau = \frac{g(gt - \upsilon_0 \sin\alpha)}{\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (\upsilon_0 \sin\alpha - gt)^2}} = 2{,}6 \text{ м/с}^2. \qquad (7)$$

2-й способ определения нормального и тангенциального ускорений.

Модуль мгновенной скорости тела в точке М согласно (5):

$$\upsilon = \sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2} = \sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (\upsilon_0 \sin\alpha - gt)^2}.$$

По определению, тангенциальное ускорение равно производной модуля скорости по времени:

$$a_\tau = \frac{d\upsilon}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (\upsilon_0 \sin\alpha - gt)^2}\right).$$

Взяв производную, получим

$$a_\tau = \frac{(1/2)\,\text{[redacted]}(\upsilon_0 \sin\alpha - gt)(-g)}{\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (gt - \upsilon_0 \sin\alpha)^2}} \Rightarrow a_\tau = \frac{g(gt - \upsilon_0 \sin\alpha)}{\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (gt - \upsilon_0 \sin\alpha)^2}},$$

[см. в формулу (7)].

Нормальное ускорение находим из соотношения $a_\tau^2 + a_n^2 = g^2$. Отсюда $a_n = \sqrt{g^2 - a_\tau^2}$. Для удобства преобразований возьмём тангенциальное ускорение в виде $a_\tau = \dfrac{g\upsilon_y}{\sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}}$. Тогда

$$a_n = \sqrt{g^2 - \frac{g^2 \upsilon_y^2}{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}}, \text{ или } a_n = \sqrt{\frac{g^2 \upsilon_x^2 + g^2 \upsilon_y^2 - g^2 \upsilon_y^2}{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}} = \frac{g\upsilon_x}{\sqrt{\upsilon_x^2 + \upsilon_y^2}}.$$

Таким образом, и для нормального ускорения получаем тот же результат [см. в формулу (6)]:

$$a_n = \frac{g\upsilon_0 \cos\alpha}{\sqrt{\upsilon_0^2 \cos^2\alpha + (\upsilon_0 \sin\alpha - gt)^2}}.$$

Задача 3. По наклонной плоскости с углом наклона α, движется тело массой m_2, связанное нерастяжимой нитью, перекинутой через блок, с телом массой m_1 ($m_1 > m_2$) (рис. 4). Коэффициент трения между телом m_2 и наклонной плоскостью равен μ. Найти силу натяжения нити T. Массами блока и нити пренебречь, трение в оси блока отсутствует.

Дано: m_1, m_2, μ., α.

Найти: T.

Решение. Рассмотрим движение тел относительно наклонной плоскости. На тело массой m_1 действуют две силы: сила тяжести $m_1\vec{g}$ и сила натяжения нити $\vec{T}_1$. Основной закон динамики для него имеет вид

$$m_1\vec{a}_1 = m_1\vec{g} + \vec{T}_1. \qquad (1)$$

На тело m_2 действуют сила тяжести $m_2\vec{g}$, сила нормальной реакции опоры $\vec{N}$, сила натяжения нити $\vec{T}_2$, сила трения $\vec{F}_{тр}$. Основной закон динамики для тела массой m_2:

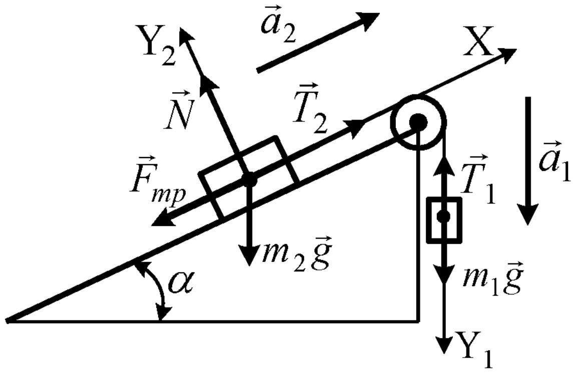


Рис. 4

$$m_2\vec{a}_2 = m_2\vec{g} + \vec{T}_2 + \vec{N} + \vec{F}_{тр}. \qquad (2)$$

Чтобы определить, как направлена сила трения, нужно определить направление движения системы грузов. Сила трения не может изменить направление движения. Следовательно, надо определять направление движения в отсутствие силы трения.

Пусть $m_1g > m_2g\sin\alpha$. Тогда тело m_2 движется вверх, а сила трения направлена вниз, как показано на рис. 4. В проекциях на ось OY_1 уравнение (1) имеет вид

$$m_1a_1 = m_1g - T_1. \qquad (3)$$

В проекциях на оси OX и OY_2 уравнение (2) соответсвенно имеет вид

$$m_2a_2 = T_2 - m_2g\sin\alpha - F_{тр}; \qquad (4)$$

$$0 = N - m_2g\cos\alpha,$$

где $F_{тр} = \mu N = \mu\, m_2g\cos\alpha$ – сила трения.

В силу нерастяжимости нити $a_1 = a_2 = a$. Так как массы блока и нити по условию задачи равны нулю, то $T_1 = T_2 = T$.

Тогда уравнения (3) и (4) запишутся в виде

$$m_1a = m_1g - T; \qquad (5)$$

$$m_2a = T - m_2g\sin\alpha - \mu\, m_2g\cos\alpha. \qquad (6)$$

Сложив уравнения (5) и (6), определим ускорение a:

$$a = \frac{m_1 - m_2\sin\alpha - \mu m_2\cos\alpha}{m_1 + m_2}\,g. \qquad (7)$$

Подставив (7) в (5), определим силу натяжения T:

$$T = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}(1 + \cos\alpha + \mu\sin\alpha)g.$$

Задача 4. Молекула массой m = 4,65·10^{-26} кг, летящая со скоростью υ = 600 м/с, ударяется о стенку сосуда под углом α = 60° к нормали и упруго отскакивает от стенки без потери скорости. Найти импульс силы $F\Delta t$, полученный стенкой за время удара.

***Дано*:** m = 4,65·10^{-26} кг, υ = 600 м/с, α = 60°.

***Найти*:** $F\Delta t$.

Решение. Введём систему координат XOY, как показано на рис. 5. Согласно второму закону Ньютона

$$\vec{F}'dt = d\vec{P} = d(m\vec{\upsilon}),$$

где $\vec{F}'dt$ – импульс силы, действующей на молекулу со стороны стенки; $d\vec{P} = d(m\vec{\upsilon})$ – изменение импульса молекулы.

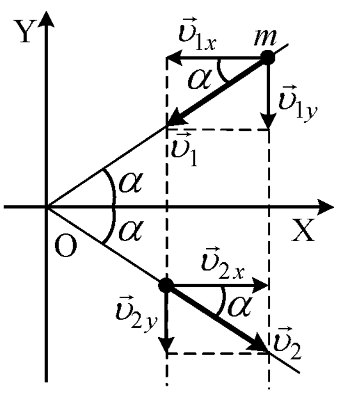


Рис. 5

По третьему закону Ньютона $\vec{F}' = -\vec{F}$.
. 4 Следовательно, модуль изменения импульса молекулы равен величине импульса силы, действующей на стенку:

$$\left|\vec{F}\Delta t\right| = \left|\Delta\vec{P}\right|.$$

Изменение импульса молекулы $\Delta\vec{P}$ – величина векторная, поэтому её можно представить так:

$$\Delta\vec{P} = \Delta\vec{P}_x + \Delta\vec{P}_y, \text{ или } \left|\Delta\vec{P}\right| = \sqrt{\left|\Delta\vec{P}_x\right|^2 + \left|\Delta\vec{P}_y\right|^2}. \qquad (1)$$

Для нахождения $\Delta\vec{P}_x$ спроецируем векторы скорости $\vec{\upsilon}_1$ и $\vec{\upsilon}_2$ на направление координатных осей. С учётом того, что υ_{1x} направлена противоположно положительному направлению оси OX, имеем $\left|\Delta\vec{P}_x\right| = m(\upsilon_{2x} + \upsilon_{1x})$. Далее, учтя, что $\left|\vec{\upsilon}_{1x}\right| = \left|\vec{\upsilon}_{2x}\right|$, получим:

$$\left|\Delta\vec{P}_x\right| = 2m\upsilon_{1x} = 2m\upsilon_1\cos\alpha = 2m\upsilon\cos\alpha. \qquad (2)$$

Соответственно: $\Delta\vec{P}_y = \vec{P}_{2y} - \vec{P}_{1y} = m(\vec{\upsilon}_{2y} - \vec{\upsilon}_{1y})$. Здесь получаем, что $\left|\Delta\vec{P}_y\right| = 0$, так как $\vec{\upsilon}_{2y}$ и $\vec{\upsilon}_{1y}$ имеют одинаковую величину и направление.

С учётом (2) и (1) окончательно найдём:

$$F\Delta t = \left|\Delta \vec{P}_x\right| = 2m\upsilon\cos\alpha\ . \qquad (3)$$

Подставляя числовые значения физических величин в выражение (3), получим:

$$F\Delta t = 2{\cdot}4{,}65{\cdot}10^{-26}{\cdot}600{\cdot}0{,}5 = 2{,}8{\cdot}10^{-23}\ \text{кг}{\cdot}\text{м/с}.$$

Задача 5. Молотком, масса которого m_1 = 1,0 кг, забивают в стену гвоздь массой m_2 = 75 г. Определить коэффициент полезного действия (КПД) удара молотка. Удар считать неупругим.

***Дано*:** m_1 = 1,0 кг, m_2 = 75 г.

***Найти*:** КПД (η).

Решение. КПД есть отношение полезной энергии к затраченной:

$$\eta = \frac{W_{полезн}}{W_{затр}}. \qquad (1)$$

Полезной будем считать кинетическую энергию молотка и гвоздя после их взаимодействия: $W_{полезн} = \dfrac{(m_1 + m_2)u^2}{2}$, где u – совместная скорость молотка и гвоздя (взаимодействие по условию неупругое). Затраченной энергией является кинетическая энергия молотка до удара:

$$W_{\text{затр}} = \frac{m_1\upsilon^2}{2}\ , \qquad (2),$$

где υ – скорость молотка до удара.

Время взаимодействия молотка и гвоздя очень маленькое ($\Delta t \to 0$). Следовательно, к их взаимодействию можно применить закон сохранения импульса:

$$m_1\vec{\upsilon} = (m_1 + m_2)\vec{u}, \qquad (3)$$

где $m_1\vec{\upsilon}$ – импульс молотка до удара; $(m_1 + m_2)\vec{u}$ – импульс системы молоток – гвоздь после удара.

Записывая уравнение (3) в скалярной форме и выражая из него скорость u, получим, что $u = \dfrac{m_1\upsilon}{m_1 + m_2}$. Тогда выражение для полезной энергии примет вид

$$W_{полез} = (m_1 + m_2)\frac{m_1^2\,\upsilon^2}{2(m_1 + m_2)^2} = \frac{m_1^2\,\upsilon^2}{2(m_1 + m_2)}. \qquad (4)$$

Подставляя в (1) выражение (4) для полезной энергии и выражение для затраченной энергии (2), определяем искомый η:

$$\eta = \frac{(m_1 + m_2)\dfrac{m_1^2 \upsilon^2}{2(m_1 + m_2)^2}}{m_1 \upsilon^2 / 2} = \frac{m_1}{m_1 + m_2} = 0{,}93.$$

Задача 6. Пружина жёсткостью k = 500 Н/м сжата некоторой силой F. При дополнительном её сжатии внешней силой ещё на Δl = 6 см была совершена работа A = 12 Дж. Определить величину силы F.

***Дано*:** k = 500 Н/м, Δl = 6 см, A = 12 Дж.

***Найти*:** F.

Решение. По третьему закону Ньютона величина деформирующей внешней силы F равна силе упругой деформации пружины. Тогда, согласно закону Гука, величина силы F связана с абсолютной деформацией $|x|$:

$$F = k|x| = kl, \tag{1}$$

где k – коэффициент жёсткости пружины; l – величина первоначального сжатия пружины.

Работа сжатия пружины от l до $l + \Delta l$:

$$A = \int_l^{l+\Delta l} F dx = \int_l^{l+\Delta l} kx dx = \frac{k(l + \Delta l)^2}{2} - \frac{kl^2}{2} = \frac{k}{2}[2l\Delta l + (\Delta l)^2]. \tag{2}$$

Значение l находится из выражения (2):

$$l = \frac{A}{k\Delta l} - \frac{\Delta l}{2}. \tag{3}$$

Подставляя выражение (3) в (1), окончательно находим:

$$F = k\left(\frac{A}{k\Delta l} - \frac{\Delta l}{2}\right) = \frac{A}{\Delta l} - \frac{k\Delta l}{2}.$$

Произведя вычисления, получим: F = 185 Н.

Задача 7. Физический маятник представляет собой стержень длиной l = 1 м и массой $3m$ с прикреплённым к одному из его концов обручем диаметром $d = l/2$ и массой m. Определить момент инерции J_z такой системы (рис. 6) относительно горизонтальной оси OZ, проходящей через середину стержня перпендикулярно плоскости обруча.

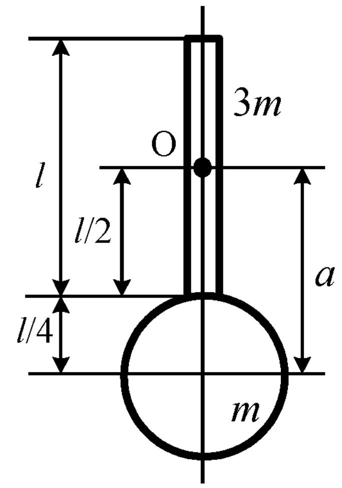


Рис. 6

Дано: $l = 1$ м, $m_1 = 3m$, $m_2 = m$, $d = l/2$.

Найти: J_z.

Решение. Момент инерции маятника равен сумме моментов инерции стержня J_{z1} и обруча J_{z2}:

$$J_z = J_{z1} + J_{z2}. \qquad (1)$$

Момент инерции стержня относительно оси OZ, проходящей через его середину (центр масс), определяется по формуле $J_{z1} = \frac{1}{12}m_1l^2$.

По условию задачи $m_1 = 3m$. Следовательно, момент инерции стержня будет равен:

$$J_{z1} = \frac{1}{4}ml^2. \qquad (2)$$

Момент инерции обруча J_{2z} найдём, воспользовавшись теоремой Штейнера: $J_{2z} = J_{0z} + m_2a^2$ (где J_{0z} – момент инерции обруча относительно оси, проходящей через центр масс обруча параллельно заданной по условию задачи оси; $a = l/4 + l/2 = 3l/4$ – расстояние между осями).

Тогда момент инерции обруча равен:

$$J_{z2} = m_2(l/4)^2 + m_2(3l/4)^2 = 5/8m_2l^2.$$

С учётом того, что $m_2 = m$, окончательно получим:

$$J_{z2} = 5/8ml^2. \qquad (3)$$

Подставив выражения (2) и (3) в формулу (1), найдём искомый момент инерции маятника относительно заданной оси:

$$J_z = (1/4)ml^2 + (5/8)ml^2 = (7/8)ml^2.$$

Задача 8. Маховое колесо (рис. 7), момент инерции которого $J_z = 245$ кгм^2, вращается с частотой $n = 20$ об/с. Через время $t = 1$ мин, после того как на колесо перестал действовать вращающий момент сил M, оно остановилось. Найти момент сил трения $M_{тр}$ и число оборотов N, которое сделало колесо до полной остановки после прекращения действия вращающего момента сил. Колесо считать однородным дис-

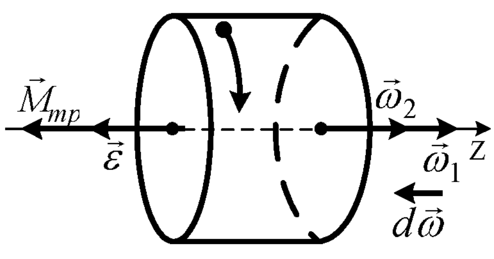


Рис. 7

ком.

***Дано*:** $J_z = 245$ кг·м^2, $n = 20$ об/с, $t = 1$ мин.

***Найти*:** $M_{тр}$, N.

Решение. Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела имеет вид $\vec{M}_{тр} = J_z\vec{\varepsilon} = J_z\dfrac{d\vec{\omega}}{dt}$, откуда $\vec{M}_{тр}dt = J_z d\vec{\omega}$. Учитывая направления векторов $\vec{\varepsilon}$ и $\vec{M}_{тр}$ (см. рис. 7), получим $M_{тр}dt = J_z\, d\omega$. Интегрируя это выражение, получим

6 $$M_{z\,тр}\int\limits_{t_1}^{t_2} dt = \int\limits_{\omega_1}^{\omega_2} J_z d\omega \Rightarrow M_{z\,тр}\Delta t = J_z(\omega_2 - \omega_1).$$

По условию задачи $\omega_2 = 0$ (колесо остановилось), поэтому $M_{zтр}\Delta t = -J_z\omega_1$, откуда $M_{z\,тр} = -\dfrac{J_z\omega_1}{\Delta t}$. С учётом того, что начальная угловая скорость колеса $\omega_1 = 2\pi n$, окончательная расчетная формула для величины момента сил трения примет вид

$$M_{тр} = \frac{2\pi n J_z}{\Delta t}. \quad (1)$$

Для определения числа оборотов N колеса до полной остановки применим формулу работы, которую совершает момент силы торможения:

$$A = (\vec{M}_{z\,тр}\Delta\vec{\varphi}) = -|M_{z\,тр}|\,\Delta\varphi, \quad (2)$$

где $\Delta\varphi = 2\pi N$ – угол поворота колеса; N – число оборотов, которое сделало колесо до полной остановки.

Подставляя выражение (1) в (2) и учитывая, что $\Delta\varphi = 2\pi N$, получим:

$$A = -\frac{2\pi n J_z}{\Delta t}2\pi N = -\frac{4\pi^2 n N}{\Delta t}J_z. \quad (3)$$

С другой стороны, работа сил трения равна изменению кинетической энергии колеса: $A = \dfrac{J_z\omega_2^2}{2} - \dfrac{J_z\omega_1^2}{2}$. Учитывая, что $\omega_2 = 0$, получим:

$$A = -\frac{J_z\omega_1^2}{2}. \quad (4)$$

1-й способ нахождения числа оборотов N. Приравнивая левые части выражений (3) и (4) и учитывая, что $\omega_1 = 2\pi n$, получим:

$$-\frac{4\pi^2 nN}{\Delta t}J_z = -\frac{J_z(2\pi n)^2}{2} \Rightarrow N = \frac{nt}{2}. \qquad (5)$$

Подставив числовые значения физических величин в выражения (1) и (5), получим:

$$M_{тр} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 20\cdot 245}{60} = 513 \text{ Н·м},$$

$$N = \frac{20\cdot 60}{2} = 600 \text{ об.}$$

2-й способ нахождения числа оборотов N. Согласно кинематическим уравнениям вращательного движения

$$\vec{\varphi} = \vec{\omega}_0 t + \frac{\vec{\varepsilon} t^2}{2}, \quad \vec{\omega} = \vec{\omega}_0 + \vec{\varepsilon} t,$$

где $\vec{\varphi}$ – угол поворота твёрдого тела; $\vec{\omega}_0 = \vec{\omega}_1$ – начальная угловая скорость тела; t – время; $\vec{\varepsilon}$ – угловое ускорение тела; $\vec{\omega}$ – конечная угловая скорость тела.

Применительно к случаю равнозамедленного вращения колеса ($\varepsilon < 0$) до полной его остановки ($\omega = 0$) эти соотношения примут вид

$$0 = \omega_1 - \varepsilon t; \qquad (6)$$

$$\varphi = \omega_1 t - \frac{\varepsilon t^2}{2}. \qquad (7)$$

Выражая из соотношения (6) угловое ускорение ε и подставляя его в соотношение (7), после несложных преобразований получим:

$$\varphi = \frac{\omega_1 t}{2}. \qquad (8)$$

Подставив в соотношение (8) выражение для угловой скорости $\omega_1 = 2\pi n$, окончательно получим:

$$N = \frac{nt}{2}.$$

Данное соотношение совпадает с соотношением (5).

Задача 9. Круглая платформа радиусом R = 1,0 м, момент инерции которой J_z = 130 кг·м^2, вращается без трения по инерции вокруг вертикальной оси (скамья Жуковского), делая n_1 = 10 об/с. На краю платформы стоит человек, масса которого m = 70 кг. Сколько оборотов в секунду n_2 будет совершать платформа, если человек перейдет в её центр? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

Дано: $R = 1{,}0$ м, $J_z = 130$ кг·м^2 , $n_1 = 10$ об/с, $m = 70$ кг.

Найти: n_2.

Решение. Согласно условию задачи платформа с человеком вращается по инерции, т.е. результирующий момент всех внешних сил, приложенных к вращающейся системе, равен нулю. Следовательно, для системы платформа – человек выполняется закон сохранения импульса:

$$L_{z1} = L_{z2}\,. \tag{1}$$

Подсчитаем начальный момент импульса системы L_{1z} (человек стоит на краю платформы) и конечное его значение L_{2z} (человек стоит в центре платформы):

$$L_{z1} = J_{z1}\omega_1 = (J_z + mR^2)\,2\pi n_1, \tag{2}$$

где mR^2 – момент инерции человека; $J_{z1} = J_z + mR^2$ – начальный момент инерции системы; ω_1 – начальная угловая скорость системы;

$$L_{z2} = J_{z2}\,\omega_2 = J_z\,2\pi n_2, \tag{3}$$

где J_{z2} и ω_2 – конечные момент инерции и угловая скорость системы.

В выражении (3) учтено, что момент инерции человека, стоящего в центре платформы, равен нулю.

Решая систему уравнений (1) – (3), получаем:

$$n_2 = n_1(J_z + mR^2)/J_z.$$

Подставляя в это выражение числовые данные задачи, окончательно находим: $n_2 = 15$ об/с.

Задача 10. Однородный стержень длиной $l = 85$ см подвешен к горизонтальной оси, проходящей через верхний конец стержня. Какую минимальную скорость υ надо сообщить нижнему концу стержня, чтобы он сделал полный оборот вокруг оси? Трением в оси вращения и сопротивлением воздуха пренебречь.

Дано: $l = 0{,}85$ м.

Найти: υ.

Решение. Согласно закону сохранения механической энергии полная механическая энергия системы в поле силы тяжести ($E = T + П$) не изменяется. Следовательно, изменение кинетической энергии стержня равно изменению его потенциальной энергии. В нашем случае кинетическая энергия, полученная стержнем в начальный момент времени, уменьшается в процессе подъёма стержня, а потенциальная энергия увеличивается. Следовательно,

$$-\Delta T = \Delta \Pi. \qquad (1)$$

Изменение потенциальной энергии $\Delta \Pi$ стержня можно определить по смещению его центра масс (ЦМ) (рис. 8):

$$\Delta \Pi = mg\Delta h = mgl. \qquad (2)$$

Изменение кинетической энергии стержня по определению равно:

$$\Delta T = \frac{J_z\omega_2^2}{2} - \frac{J_z\omega_1^2}{2}, \qquad (3)$$

где

$$J_z = \frac{1}{3}ml^2 \qquad (4)$$

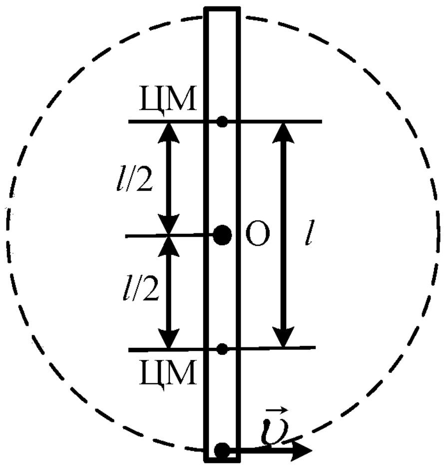


Рис. 8

– момент инерции стержня относительно оси, проходящей через его конец; ω_1 – угловая скорость стержня в начале движения; ω_2 – угловая скорость стержня в верхней точке траектории.

Так как $\omega_2 \to 0$, то $\Delta T = -\frac{J_z\omega_1^2}{2}$. Тогда уравнение (1) с учётом соотношений (2) и (3) примет вид

$$mgl - \frac{J_z\omega_1^2}{2} = 0. \qquad (5)$$

Начальную угловую скорость ω_1 найдём из её зависимости от линейной скорости υ нижнего конца стержня:

$$\omega_1 = \frac{\upsilon}{l}. \qquad (6)$$

Подставляя выражения (6) и (4) в уравнение (5), найдём искомую скорость υ:

$$\upsilon = \sqrt{6gl}.$$

Произведем вычисления: $\upsilon = \sqrt{6 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}85} = 7{,}1$ м/с.

1.3. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Таблица 1

Варианты	**Номера задач**									
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99

1. По прямой линии движутся две материальные точки согласно уравнениям $x_1 = \mathrm{A}_1 + \mathrm{B}_1 t + \mathrm{C}_1 t^2$ и $x_2 = \mathrm{A}_2 + \mathrm{B}_2 t + \mathrm{C}_2 t^2$, где $\mathrm{A}_1 = 10$ м, $\mathrm{A}_2 = 2$ м, $\mathrm{B}_1 = \mathrm{B}_2 = 2$ м/с, $\mathrm{C}_1 = -4$ м/с^2, $\mathrm{C}_2 = 0{,}5$ м/с^2. В какой момент времени τ скорости этих точек будут одинаковы? Найти ускорения a_1 и a_2 этих точек в момент времени $t = 3$ с.

2. Точка движется по прямой согласно уравнению $x = \mathrm{A}t + \mathrm{B}t^3$, где А = 6 м/с, В = – 0,125 м/с^3. Определить среднюю путевую скорость $\langle\upsilon\rangle$ точки в интервале времени от $t_1 = 2$ с до $t_2 = 6$ с.

3. Материальная точка движется прямолинейно. Уравнение движения имеет вид $x = \mathrm{A}t + \mathrm{B}t^3$, где А = 3 м/с, В = 0,06 м/с^3. Найти скорость υ и ускорение a точки в моменты времени $t_1 = 0$ и $t_2 = 3$ с. Каковы средние значения скорости $\langle\upsilon_x\rangle$ и ускорения $\langle a_x\rangle$ за первые 3 с движения?

4. Зависимость пройденного телом пути от времени выражается уравнением $x = \mathrm{A}t - \mathrm{B}t^2 + \mathrm{C}t^3$, где А = 2 м/с, В = 3 м/с^2, С = 4 м/с^3. Определить для момента времени $t = 2$ с после начала движения тела: 1) пройденный путь l; 2) скорость υ; 3) среднее значение скорости за интервал времени от $t_1 = 0$ с до $t_2 = 2$ с.

5. Из одного и того же места начали равноускоренно двигаться в одном направлении две точки, причем вторая начала свое движение через $\tau = 2$ с после первой. Первая точка двигалась с начальной скоростью $\upsilon_1 = 1$ м/с и ускорением $a_1 = 2$ м/с^2, а вторая – с начальной скоростью υ_2 = 10 м/с и ускорением a_2 = 1 м/с^2. Через сколько времени Δt и на каком расстоянии l от исходного положения вторая точка догонит первую?

6. Кинематические уравнения движения двух материальных точек имеют вид $x_1 = \mathrm{A}_1 t + \mathrm{B}_1 t^2 + \mathrm{C}_1 t^3$ и $x_2 = \mathrm{A}_2 t + \mathrm{B}_2 t^2 + \mathrm{C}_2 t^3$, где A_1 = 1 м/с, B_1 = 4 м/с^2, C_1 = –3 м/с^3, A_2 = 2 м/с, B_2 = –2 м/с^2, C_2 = 1 м/с^3. Определить момент времени t, для которого ускорения этих точек будут одинаковы.

7. Зависимость пройденного телом пути от времени выражается уравнением $x = \mathrm{A} - \mathrm{B}t^2 + \mathrm{C}t^3$, где А = 2 м, В = 3 м/с^2, С = 4м/с^3. Определить для момента времени t = 2 с после начала движения тела: 1) пройденный путь l; 2) ускорение a; 3) среднее значение ускорения за интервал времени от t_1 = 0 с до t_2 = 2 с.

8. Материальная точка движется вдоль прямой так, что её ускорение линейно растет и за первые 10 секунд достигает значения a = 5 м/с^2. Определить в конце десятой секунды: 1) скорость точки υ; 2) пройденный точкой путь l.

9. Вертикально вверх с начальной скоростью υ_0 = 20 м/с брошен камень. Через время τ = 1 с после этого вверх брошен другой камень с такой же начальной скоростью. На какой высоте h встретятся камни. Сопротивление воздуха не учитывать.

10. Тело, брошенное вертикально вверх, находилось на высоте h = 8,6 м два раза с интервалом времени Δt = 3 с. Пренебрегая сопротивлением воздуха, вычислить начальную скорость υ_0 брошенного тела и его максимальную высоту подъёма Н.

11. Камень брошен горизонтально со скоростью υ = 15 м/с. Найти нормальное a_n и тангенциальное a_τ ускорения камня через время t = 1 с после начала движения.

12. Камень брошен горизонтально со скоростью υ = 10 м/с. Найти радиус кривизны R траектории камня через время t = 3 с после начала его движения.

13. Точка вращается по окружности радиусом R = 1,2 м. Уравнение движения точки: $\varphi = \mathrm{A}t + \mathrm{B}t^2$, где А = 0,5 рад/с, В = = 0,2 рад/с^3. Определить тангенциальное a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точки в момент времени t = 4 с.

14. Определить скорость υ и полное ускорение a точки в момент времени t = 2 с, если она движется по окружности радиусом

$R = 1$ м согласно уравнению $\xi = At + Bt^3$, где $A = 8$ м/с, $B = -1$ м/с^3, ξ – криволинейная координата вдоль окружности, отсчитанная от некоторой точки, принятой за начальную.

15. Определить в момент времени $t = 3$ с полное ускорение a точки, находящейся на ободе колеса радиусом $R = 0{,}5$ м, вращающегося согласно уравнению $\varphi = At + Bt^3$, где $A = 2$ рад/с, $B = 0{,}2$ рад/с^3.

16. Точка движется по окружности радиусом $R = 8$ м. В некоторый момент времени нормальное ускорение точки $a_n = 4$ м/с^2, вектор полного ускорения $\vec{a}$ составляет с вектором нормального ускорения $\vec{a}_n$ угол $\alpha = 60°$. Найти скорость υ и тангенциальное ускорение a_τ точки в этот момент времени.

17. Диск радиусом $R = 0{,}2$ м вращается согласно уравнению $\varphi = A + Bt + Ct^3$, где $A = 3$ рад, $B = -1$ рад/с, $C = 0{,}1$ рад/с^3. Определить тангенциальное ускорение a_τ, нормальное a_n и полное a ускорения точки на окружности диска для момента времени $t = 10$ с.

18. Колесо вращается с постоянным угловым ускорением $\varepsilon = 3$ рад/с^{2}. Определить радиус колеса, если через $t = 1$ с после начала движения полное ускорение колеса $a = 7{,}5$ м/с^2.

19. Вентилятор вращается с частотой $n = 900$ об/мин. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки $N = 75$ оборотов. Какое время t прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

20. Точка движется по окружности радиусом $R = 20$ см с постоянным тангенциальным ускорением a_τ. Найти тангенциальное ускорение точки, если известно, что к концу пятого оборота после начала движения линейная скорость точки υ стала равна 79,2 см/с.

21. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется под действием некоторой силы F согласно уравнению $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $C = 1$ м/с^2 $D = -0{,}2$ м/с^3. Найти значения этой силы в моменты времени $t_1 = 2$ с и $t_2 = 5$ с. В какой момент времени сила будет равна нулю?

22. Материальная точка массой $m = 2$ кг движется прямолинейно по закону $x = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, где $B = 1$ м/с, $C = 2$ м/с^2, $D = 0{,}4$ м/с^3. Определить: а) силу F, действующую на тело в конце второй секунды от начала движения; б) импульс P материальной точки в момент времени $t = 4$ с.

23. Найти величину силы F, действующей на частицу массой $m = 1$ кг при её движении в плоскости XOY по закону $x = A\sin(\omega t)$, $y = B\cos(\omega t)$, где A = 5 см, B = 8 см, $\omega = 31{,}4$ с$^{-1}$, в момент времени $t = 10$ с.

24. Два бруска массами $m_1 = 1$ кг и $m_2 = 4$ кг, соединенные нерастяжимым шнуром, лежат на горизонтальной плоскости. С каким ускорением a будут двигаться бруски, если к одному из них приложить силу $F = 20$ Н, направленную под углом $\alpha = 30^\circ$ к горизонту? Какова будет сила натяжения T шнура, соединяющего бруски, если силу F приложить: а) к первому бруску; б) ко второму бруску. Коэффициенты трения μ брусков о плоскость одинаковы и равны 0,02.

25. Тело массой $m_1 = 200$ г находится на наклонной плоскости, составляющей угол $\alpha = 20^\circ$ с горизонтом. С телом массой m_1 связано нерастяжимой нитью другое тело массой $m_2 = 300$ г. Нить перекинута через блок, закреплённый на вершине наклонной плоскости, второе тело висит вдоль вертикальной опоры наклонной плоскости. Коэффициент трения первого тела о наклонную плоскость $\mu = 0{,}01$. Определить ускорение a, с которым будут двигаться тела, и силу натяжения нити T. Массой блока пренебречь.

26. На горизонтальной поверхности находится брусок массой $m_1 = 2$ кг. Коэффициент трения бруска о поверхность $\mu_1 = 0{,}2$. На бруске находится второй брусок массой $m_2 = 8$ кг. Коэффициент трения верхнего бруска о нижний $\mu_2 = 0{,}3$. К верхнему бруску приложена горизонтальная сила F. Определить: 1) значение силы F_1, при котором начнется совместное скольжение брусков по поверхности; 2) значение силы F_2, при котором верхний брусок начнет проскальзывать относительно нижнего.

27. Гирька, привязанная к нерастяжимой нити длиной $l = 30$ см, описывает в горизонтальной плоскости окружность радиусом $R = 15$ см. Найти скорость вращения υ гирьки и частоту вращения n.

28. Самолет, летящий со скоростью $\upsilon = 900$ км/ч, делает «мертвую петлю». Каким должен быть её радиус R, чтобы сила реакции опоры N в нижней точке петли была равна пятикратной силе тяжести, действующей на летчика.

29. Искусственный спутник Земли движется по круговой орбите в плоскости экватора с запада на восток. На какой высоте H от поверхности Земли должен находиться этот спутник, чтобы он был неподвижным по отношению к наблюдателю, находящемуся на поверхности Земли у экватора.

30. Спутник движется вокруг Земли по круговой орбите на расстоянии h = 3400 км от её поверхности. Определить скорость спутника υ и период T его вращения вокруг Земли. Ускорение свободного падения g и радиус Земли $R_з$ считать известными.

31. На тележке, свободно движущейся по горизонтальному пути со скоростью υ = 3 м/с, находится человек. Человек прыгает в сторону, противоположную направлению движения тележки. После прыжка скорость тележки изменилась и стала равной υ_1 = 4 м/с. Определить горизонтальную составляющую скорости υ_x человека при прыжке относительно тележки. Масса тележки M = 210 кг. Масса человека m = 70 кг.

32. Орудие, жёстко закреплённое на железнодорожной платформе, производит выстрел вдоль полотна железной дороги под углом α = 30° к линии горизонта. Определить скорость отката платформы υ_1, если снаряд вылетает со скоростью υ_0 = 400 м/с. Масса платформы с орудием и снарядами M = 18 т, масса снаряда m = 60 кг.

33. Определить импульс P, полученный стенкой при ударе об неё шарика массой m = 300 г, если шарик двигается со скоростью υ_0 = 8 м/с под углом α = 60° к плоскости стенки. Удар о стенку считать абсолютно упругим.

34. На полу стоит тележка в виде длинной доски, снабженной легкими колесами. На одном конце доски стоит человек. Масса его m = 60 кг, масса доски M = 20 кг. С какой скоростью υ (относительно пола) будет двигаться тележка, если человек пойдет вдоль неё со скоростью υ_0 (относительно доски), равной 1 м/с? Массой колес пренебречь, трение не учитывать.

35. Снаряд, летевший со скоростью υ_0 = 400 м/с, разорвался на два осколка. Меньший осколок, масса которого m составляет 40 % от массы снаряда M, полетел в направлении, противоположном первоначальному, со скоростью υ_1 = 150 м/с. Определить скорость υ_2 большего осколка.

36. Человек массой m =70 кг, бегущий со скоростью υ_1 = 9 км/ч, догоняет тележку массой M = 190 кг, движущуюся со скоростью υ_2 = 3,6 км/ч, и вскакивает на неё. С какой скоростью υ_3 станет двигаться тележка с человеком? С какой скоростью υ_4 станет двигаться тележка с человеком, если человек до прыжка бежал навстречу тележке?

37. Конькобежец, стоя на коньках на льду, бросает камень массой m = 2,5 кг под углом α = 30° к горизонту со скоростью υ = 10 м/с. Какова будет начальная скорость конькобежца υ_0, если масса его m = 60 кг? Перемещением конькобежца во время броска пренебречь.

38. Два тела одинаковой массой m движутся из одной точки вниз по наклонной плоскости, образующей угол α = 30° с горизонтом. Первое пущено на τ = 2 с раньше второго без начальной скорости, второе – с начальной скоростью υ_{02} = 12 м/с. Тела ударяются друг о друга. Определить скорость υ тел сразу после удара, если трения нет, а удар – неупругий.

39. На сколько переместится лодка длиной l = 3,5 м и массой M = 200 кг, если стоящий на корме человек массой m = 80 кг переместится на нос лодки?

40. Плот массой M = 150 кг и длиной l = 2 м плавает в воде. На плоту находится человек массой m = 80 кг. С какой наименьшей скоростью υ_0 и под каким углом α к горизонту должен прыгнуть человек вдоль плота, чтобы попасть на его противоположный конец.

41. Шар массой m_1 = 4 кг движется со скоростью υ_{01} = 5 м/с и сталкивается с шаром массой m_2 = 6 кг, который движется ему навстречу со скоростью υ_{02} = 2 м/с. Определить скорости шаров υ_1 и υ_2 после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым, центральным.

42. Пластилиновое тело массой m = 3 кг движется со скоростью υ_1 = 4 м/с и ударяется о неподвижное пластилиновое тело такой же массой. Считая удар центральным и неупругим, найти количество энергии Q, затраченной на деформацию тел.

43. Шар массой m_1 = 5 кг движется со скоростью υ = 1 м/с и сталкивается с покоящимся шаром массой m_2 = 2 кг. Определить скорости шаров υ_1 и υ_2 после удара. Удар считать абсолютно упругим, прямым и центральным.

44. На покоящийся шар массой $m_1 = 5$ кг налетает со скоростью $\upsilon = 5$ м/с шар массой $m_2 = 3$ кг. Направление движения второго шара в результате соударения изменилось на угол $\beta = 45°$. Определить скорости шаров υ_1 и υ_2 после соударения, считая их абсолютно упругими.

45. В подвешенный на нити длиной $l = 1{,}8$ м деревянный шар массой $M = 8$ кг попадает горизонтально летящая пуля массой $m = 4$ г. С какой скоростью υ летела пуля, если нить с шаром и застрявшей в нём пулей отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным.

46. Определить КПД неупругого удара бойка массой $m = 0{,}5$ т, падающего на сваю массой $M = 120$ кг. Полезной считать энергию, затраченную на вбивание сваи.

47. Пуля, летящая горизонтально, попадает в шар, подвешенный на невесомом жёстком стержне, и застревает в нём. Масса пули $m = 5$ г, масса шара $M = 0{,}5$ кг. Скорость пули $\upsilon = 500$ м/с. При каком предельном расстоянии l_0 от центра шара до точки подвеса стержня шар от удара пули поднимется до максимальной высоты?

48. В шар массой $M = 8$ кг, подвешенный на нити длиной $l =$ $= 1{,}8$ м, попадает горизонтально летящая пуля массой $m = 4$ г. С какой скоростью υ_0 летела пуля, если нить с шаром отклонилась от вертикали на угол $\alpha = 3$? Размером шара пренебречь. Удар пули считать прямым, центральным, абсолютно упругим.

49. Шар, двигавшийся горизонтально, столкнулся с неподвижным шаром и передал ему 64 % своей кинетической энергии. Шары абсолютно упругие, удар прямой, центральный. Во сколько раз масса первого шара m_1 больше массы второго m_2 ?

50. Стальной шарик, падая с высоты $h_1 = 1{,}5$ м на стальную плиту, отскакивает от неё со скоростью $\upsilon_2 = 0{,}75\upsilon_1$, где υ_1 – скорость, с которой шарик подлетает к плите. На какую высоту h_2 он поднимется? Какое время Δt пройдет с момента падения шарика с высоты h_1 до второго удара о плиту?

51. Определить работу A, совершаемую при перемещении груза массой $m = 50$ кг вверх по наклонной плоскости с углом накло-

на
α = 30^0 к горизонту на расстояние l = 4 м, если время подъёма t = 2 с, а коэффициент трения μ = 0,06.

52. Тело массой m = 5 кг перемещают по горизонтальной поверхности с ускорением под действием силы F=10 Н, направленной под углом α = 30° к горизонту. Коэффициент трения о горизонтальную поверхность μ = 0,05. Определить работу A, совершаемую силой F в течение первых пяти секунд движения.

53. Материальная точка массой m = 1 кг двигалась под действием некоторой силы согласно уравнению $x = \mathrm{A} + \mathrm{B}t + \mathrm{C}t^2 + \mathrm{D}t^3$, где B = –3 м/с, C = 5 м/с^2, D = –1 м/с^3 . Определить мощность N, затрачиваемую на движение точки в момент времени t = 1 с.

54. Определить работу A растяжения двух соединенных последовательно пружин с жёстокостями k_1 = 400 Н/м и k_2 = 250 Н/м, если первая пружина при этом растянулась на Δx = 2 см.

55. Пружина жёсткостью k = 500 Н/м сжата силой F = 100 Н. Определить работу внешней силы A, дополнительно сжимающей эту пружину ещё на Δx = 2 см.

56. Какую нужно совершить работу A, чтобы пружину жёсткостью k = 800 Н/м, сжатую на Δx_1 = 6 см, дополнительно сжать ещё на Δx_2 = 8 см?

57. Если на верхний конец вертикально расположенной спиральной пружины положить груз, то пружина сжимается на Δx_1 = = 3 мм. На сколько сожмет пружину тот же груз, упавший на конец пружины с высоты h = 8 см?

58. Из пружинного пистолета с жёсткостью пружины k = = 150 Н/м был произведен выстрел в горизонтальном направлении пулей массой m = 8 г. Определить скорость пули υ при вылете её из пистолета, если пружина была сжата на Δx = 4 см.

59. Какая работа А совершается силами гравитационного поля при падении на Землю метеорита массой m = 5 кг: 1) с высоты h, равной радиусу Земли; 2) из бесконечности. Радиус Земли $R_з$ и ускорение свободного падения g_0 у поверхности Земли считать известными.

60. Определить работу A, которая совершается против сил гравитационного поля Земли при подъеме ракеты массой M = 100 кг с поверхности Земли на расстояние h от её поверхности, равное девяти земным радиусам. Радиус Земли $R_З$ и ускорение свободного падения g_0 у поверхности Земли считать известными.

61. Вывести формулу и определить момент инерции J_z тонкого однородного стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его середину. Масса стержня $m = 2$ кг, его длина $l = 1$ м.

62. Вывести формулу и определить момент инерции J_z тонкого однородного стержня относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его конец. Масса стержня $m = 1$ кг, его длина $l = 0{,}5$ м.

63. Вывести формулу и вычислить момент инерции J_z медного однородного диска относительно оси симметрии, перпендикулярной плоскости диска, если его толщина $b = 2{,}0$ мм, а радиус $R =$ $= 100$ мм.

64. Получить формулу и определить момент инерции J_z тонкого однородного диска радиусом $R = 20$ см относительно оси, перпендикулярной плоскости диска и проходящей через точку, расположенную на расстоянии $R/2$ от его центра. Масса диска $M = 2$ кг.

65. Вывести формулу и определить момент инерции J_z тонкого кольца, внешний радиус которого $R_1 = 15$ см, а внутренний – $R_2 = 5$ см, относительно оси симметрии, перпендикулярной плоскости кольца. Масса кольца $m = 1$кг.

66. На концах тонкого однородного стержня длиной $l = 20$ см и массой $M = 100$ г закреплены два маленьких одинаковых шарика массой $m = 100$ г каждый. Определить момент инерции J_z системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через его центр.

67. К концам тонкого однородного стержня длиной l и массой $3m$ прикреплены два маленьких шарика массами m и $2m$. Определить момент инерции J_z такой системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через точку на стержне, расположенную: а) в центре стержня; б) на расстоянии $l/3$ от меньшего шарика.

68. Получить формулу и определить момент инерции J_z плоской однородной прямоугольной пластины массой $m = 800$ г относительно оси, совпадающей с одной из её сторон, если длина её другой стороны $a = 40$ см.

69. Найти момент инерции J_z квадратной плоской проволочной рамки массой m = 50 г и со стороной a = 20 см относительно оси, проходящей через середины противоположных её сторон.

70. Два маленьких шарика массами m_1 = 100 г и m_2 = 200 г скреплены тонким невесомым стержнем длиной l = 0,5 м. Найти момент инерции J_z системы относительно оси, перпендикулярной стержню и проходящей через центр масс системы.

71. Тонкостенный цилиндр, масса которого m = 12 кг, а диаметр основания D = 30 см, вращается согласно уравнению $\varphi = \mathrm{A} + \mathrm{B}t + \mathrm{C}t^3$, где А = 4 рад; В = –2 рад/с; С = 0,2 рад/с^3, относительно оси, совпадающей с его осью симметрии. Определить действующий на цилиндр момент сил M в момент времени t =3 с.

72. Шар радиусом R = 10 см и массой m = 5 кг вращается вокруг оси симметрии согласно уравнению $\varphi = \mathrm{A} + \mathrm{B}t^2 + \mathrm{C}t^3$ (В = 2 рад/с^2; С = – 0,5 рад/с^3). Определить действующий на шар момент сил M для момента времени t = 1 с.

73. На обод маховика диаметром D= 60 см намотан шнур, к концу которого привязан груз массой m = 2 кг. Определить момент инерции J_z маховика, если он, вращаясь равноускоренно под действием силы тяжести груза, за время t = 3 с приобрел угловую скорость ω = 9 рад/с.

74. Нить с привязанными к её концам грузами массами m_1 = = 50 г и m_2 = 60 г перекинута через блок диаметром D = 4 см. Определить момент инерции J_z блока, если под действием силы тяжести грузов он получил угловое ускорение ε = 1,5 рад/с^2.

75. Стрежень вращается вокруг оси, проходящей через его середину, согласно уравнению $\varphi = \mathrm{A}t + \mathrm{B}t^3$, где А = 2 рад/с; В = = 0,2 рад/с^2. Определить вращающий момент M, действующий на стержень в момент времени t = 2 с, если момент инерции стержня J_z= 0,048 кг·м^2.

76. По касательной к шкиву маховика имеющего форму диска с диаметром D = 75 см и массой m = 40 кг, приложена сила F = = 1 кН. Определить угловое ускорение ε и частоту вращения маховика n через время t = 10 с после начала действия силы, если радиус шкива R = 12 см. Силой трения пренебречь.

77. Определить момент силы M, который необходимо приложить к блоку, вращающемуся с частотой n = 12 с$^{-1}$, чтобы он остановился в течение времени $t = 8$ с. Диаметр блока $D = 30$ см. Массу блока $m = 6$ кг считать равномерно распределённой по ободу.

78. Через блок в виде диска, имеющего массу $M = 80$ г, перекинута гибкая нерастяжимая нить, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 100$ г и $m_2 = 200$ г. С каким ускорением a будут двигаться грузы, если их предоставить самим себе? Трением пренебречь.

79. Вал в виде сплошного цилиндра массой $M = 10$ кг насажен на горизонтальную ось. На цилиндр намотан шнур, к свободному концу которого подвешена гиря массой $m = 2$ кг. С каким ускорением a будет опускаться гиря, если её предоставить самой себе?

80. Блок, имеющий форму диска и массу $M = 0{,}4$ кг, вращается под действием силы натяжения нити, перекинутой через блок, к концам которой подвешены грузы массами $m_1 = 0{,}3$ кг и $m_2 = 0{,}7$ кг. Определить силы натяжения нити T_1 и T_2 по обе стороны блока.

81. На краю платформы в виде диска, вращающейся по инерции вокруг вертикальной оси с частотой $n_1 = 8$ мин$^{-1}$, стоит человек массой $m = 70$ кг. Когда человек перешел в центр платформы, она стала вращаться с частотой $n_2 = 10$ мин$^{-1}$. Определить массу M платформы. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки. Трением пренебречь.

82. На краю неподвижной скамьи Жуковского диаметром $D = 0{,}8$ м и массой $m_1 = 6$ кг стоит человек массой $M = 60$ кг. С какой угловой скоростью ω начнет вращаться скамья, если человек поймает летящий на него мяч массой $m_2 = 0{,}5$ кг? Траектория мяча горизонтальна и проходит на расстоянии $r = 0{,}4$ м от оси скамьи. Скорость мяча $\upsilon = 5$ м/с.

83. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках легкий стержень вертикально вдоль оси вращения скамьи. Стержень служит осью вращения колеса, расположенного на верхнем конце стержня. Скамья неподвижна, колесо вращается с частотой $n = 15$ с$^{-1}$. С какой угловой скоростью ω будет вращаться скамья, если человек повернет стержень на угол 180° и колесо окажется на нижнем конце стержня? Суммарный момент инерции человека и скамьи $J_z = 8$ кг·м^2, радиус колеса $r = 25$ см. Массу колеса $m = 2{,}5$ кг можно считать равномерно распределённой по ободу.

Считать, что центр тяжести человека с колесом находится на оси платформы.

84. Человек стоит на скамье Жуковского и держит в руках стержень за его середину вертикально вдоль оси вращения скамьи. Скамья с человеком вращается с угловой скоростью ω_1 = 4 рад/с. С какой угловой скоростью ω_2 будет вращаться скамья с человеком, если повернуть стержень так, чтобы он занял горизонтальное положение? Суммарный момент инерции человека и скамьи J_z = = 5 кг·м^2. Длина стержня l = 1,8 м, его масса m = 6 кг. Считать, что центр тяжести стержня с человеком находится на оси платформы.

85. Платформа в виде диска диаметром D = 3 м и массой M = 180 кг может вращаться вокруг вертикальной оси. С какой угловой скоростью ω будет вращаться эта платформа, если по её краю пойдет человек массой m = 70 кг со скоростью υ = 1,8 м/с относительно платформы? Трением пренебречь.

86. Платформа, имеющая форму диска, может вращаться без трения вокруг вертикальной оси. На краю платформы стоит человек. На какой угол α повернется платформа, если человек пойдет вдоль края платформы и, обойдя её, вернется в исходную (на платформе) точку? Масса платформы M = 280 кг, масса человека m =
= 80 кг. Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

87. Шарик массой m = 60 г, привязанный к концу нити длиной l_1 = 1,2 м, вращается с частотой n_1 = 2 с$^{-1}$, опираясь на горизонтальную плоскость. Нить укорачивается, приближая шарик к оси вращения до расстояния l_2 = 0,6 м. С какой частотой n_2 будет при этом вращаться шарик? Трением шарика о плоскость пренебречь.

88. На скамье Жуковского сидит человек и держит на вытянутых руках гири массой m = 5 кг каждая. Расстояние от каждой гири до оси скамьи r_1 = 70 см. Скамья вращается с частотой n_1 = 1 с$^{-1}$. Как изменится частота вращения скамьи, если человек сожмет руки так, что расстояние от каждой гири до оси уменьшится до r_2 =
= 20 см? Общий момент инерции человека и скамьи относительно оси вращения J_z = 2,5 кг·м^2.

89. Платформа в виде диска радиусом R = 1,5 м и массой M = 180 кг вращается по инерции вокруг вертикальной оси с частотой n = 10 мин$^{-1}$. В центре платформы стоит человек массой m = = 60 кг. Какую линейную скорость υ относительно пола помещения будет иметь человек, если он перейдет на край платформы? Трением пренебречь.

90. Круглая платформа радиусом R = 1 м, момент инерции которой J_z = 130 кг·м^2, вращается по инерции без трения вокруг вертикальной оси, делая 1 оборот в секунду. На краю платформы стоит человек массой m = 70 кг. Сколько оборотов в секунду будет совершать платформа, если человек перейдет в её центр? Момент инерции человека рассчитывать как для материальной точки.

91. Определить скорости поступательного движения сплошного цилиндра и шара, скатившихся без проскальзывания с наклонной плоскости высотой h = 20 см.

92. На однородный сплошной цилиндрический вал радиусом R = 20 см, момент инерции которого J_z = 0,15 кг·м^2 , намотана легкая нить, к концу которой прикреплён груз массой m = 0,5 кг. До начала вращения вала высота h груза над полом составляла 2,3 м. Определить: 1) кинетическую энергию вала T_1 в момент удара груза об пол; 2) кинетическую энергию груза T_2 в этот же момент. Силой трения пренебречь.

93. Сплошной цилиндр массой m = 2 кг катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Линейная скорость точек, лежащих на оси симметрии цилиндра, υ = 1 м/с. Определить полную кинетическую энергию T цилиндра.

94. Шар катится без проскальзывания по горизонтальной поверхности. Полная кинетическая энергия шара T равна 14 Дж. Определить кинетическую энергию T_1 поступательного движения шара и кинетическую энергию T_2 его вращательного движения.

95. Однородный цилиндр начинает вращаться вокруг неподвижной оси с постоянным угловым ускорением ε = 0,3 с$^{-2}$ и через t_1 = 25 с после начала движения приобретает момент импульса L = 75 кг·м^2/с. Определить кинетическую энергию цилиндра T через t_2 = 40 с после начала вращения.

96. На горизонтальной поверхности закреплена нить длиной l_1 = 1,6 м. К другому концу нити привязан шарик массой m = 50 г, который вращается с частотой n_1 = 3 об/с, скользя по поверхности без трения. С какой частотой n_2 будет вращаться шарик, если постепенно укоротить нить до длины l_2 = 0,8 м. Какую работу совершит при этом внешняя сила?

97. В центре скамьи Жуковского стоит человек и вращается вместе с ней с угловой скоростью ω_1 = 3 с$^{-1}$. На вытянутых в стороны руках человек держит гири массой m = 2 кг каждая. Определить угловую скорость вращения скамьи с человеком ω_2 после опускания гирь вниз и работу A, совершённую при этом, если расстояние между гирями изменяется от r_1 = 1,4 м до r_2 = 0,4 м. Суммарный момент инерции человека и скамьи J_z = 6 кг м^2.

98. Стержень длиной l = 1,2 м и массой m = 5 кг может вращаться вокруг горизонтальной оси, проходящей через его верхний конец. В нижний конец стержня попадает пуля массой m = 20 г, летящая горизонтально со скоростью υ = 400 м/с, и застревает в нём. Определить, на какой угол α отклонится стержень после удара. Силой трения в подвесе стержня пренебречь.

99. Маховик в виде сплошного диска, момент инерции которого J_z = 1,5 кгм^2, вращаясь равнозамедленно при торможении, за время t = 1 мин уменьшил частоту своего вращения от n_1 = = 240 об/мин до n_2 = 120 об/мин. Определить: 1) угловое ускорение ε маховика; 2) момент сил торможения M; 3) работу сил торможения A.

100. Колесо в виде однородного диска с радиусом R = 30 см и массой m = 3 кг скатывается без проскальзывания по наклонной плоскости длиной l = 5 м и с углом наклона α = 25°. Определить момент инерции колеса J_z, если скорость центра масс колеса в конце наклонной плоскости составляет υ = 4,6 м/с.

РАЗДЕЛ 2. МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА. ТЕРМОДИНАМИКА

2.1. ОСНОВНЫЕ ЗАКОНЫ И СООТНОШЕНИЯ

Основы молекулярно-кинетической теории. Уравнение состояния идеального газа

1. Относительной молекулярной (атомной) массой M_r данного вещества называется отношение массы одной молекулы (атома) этого вещества m_0 к 1/12 массы атома изотопа углерода ${}_6C^{12}$:

$$M_r = \frac{12 m_0}{m_0({}_6C^{12})} .$$

2. Количество вещества:

$$\nu = N/N_A ,$$

где N – число структурных элементов (молекул, атомов, ионов и т.п.), составляющих тело (систему); N_A – постоянная Авогадро, $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

3. Молярная масса вещества:

$$\mu = m/\nu = m_0 N_A ,$$

где m – масса однородного тела (системы); m_0 – масса одной структурной единицы данного вещества (молекулы); ν – количество вещества.

4. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории идеального газа:

$$P = \frac{1}{3} n m_0 \langle \upsilon^2 \rangle = \frac{1}{3} \rho \langle \upsilon^2 \rangle = \frac{2}{3} n \langle E_k \rangle ,$$

где p – давление газа; m_0 – масса молекулы; $n = N/V$ – концентрация молекул; V – объём газа; N – число молекул газа; $<\upsilon^2>$ – среднее значение квадрата скорости молекул; ρ – плотность газа; $<E_k>$ – средняя кинетическая энергия поступательного движения молекул.

5. Количество вещества смеси из однородных компонентов:

$$\nu = \nu_1 + \nu_1 + \ldots + \nu_n = \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{m_2}{\mu_2} + \ldots \frac{m_n}{\mu_n} ,$$

где ν_i и m_i – соответственно количество вещества и масса i-го компонента смеси; μ_i – молярная масса i-го компонента смеси.

6. Массовая доля i-го компонента смеси газов:

$$\omega_i = m_i / m,$$

где m_i – масса i-го компонента; m – масса смеси.

7. Закон Дальтона:

$$p = p_1 + p_2 + \ldots + p_i,$$

где p – давление смеси газов; p_i – парциальное давление i-го компонента смеси; i – число компонентов смеси.

8. Зависимость давления идеального газа от концентрации молекул и температуры:

$$p = nkT,$$

где n – концентрация молекул; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура.

9. Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на все степени свободы молекулы (полная энергия молекулы):

$$\langle E_k \rangle = (i/2)\, kT,$$

где i – число степеней свободы молекулы, $i = i_{пост} + i_{вращ} + 2i_{колеб}$; $i_{пост}$, $i_{вращ}$ и $2i_{колеб}$ – числа поступательных, вращательных и колебательных степеней свободы молекулы.

10. Истинное (абсолютное) давление газа:

$$p_{абс} = p_{ман} + p_0,$$

где $p_{ман}$ – манометрическое (избыточное) давление; p_0 – барометрическое давление (давление окружающей среды).

Примечание.

Барометр – прибор для измерения атмосферного давления.

Манометр – прибор для измерения давления выше атмосферного (избыточного давления).

11. Истинное (абсолютное) давление газа:

$$p_{абс} = p_0 - p_{вак},$$

где $p_{вак}$ – показание вакуумметра (разрежение или вакуум); p_0 – барометрическое давление (давление окружающей среды).

Примечание.

Вакуумметр – прибор для измерения давления ниже атмосферного.

12. Уравнение состояния идеального газа (уравнение Менделеева – Клапейрона):

$$pV = (m/\mu)RT = \nu RT,$$

где p – давление; V – объём газа; m – масса газа; μ – его молярная масса; R – универсальная газовая постоянная; T – термодинамическая температура; ν – количество вещества.

13. Средняя плотность (удельная масса) тела (системы): $\rho = m/V$.

Скорость газовых молекул в состоянии термодинамического равновесия

1. Вероятность обнаружить значение величины x в заданном интервале значений $[x; x + dx]$:

$$d\omega = f(x)\, dx,$$

где $f(x)$ – функция распределения вероятностей.

2. Вероятность обнаружения значения величины x в заданном интервале значений $[x_1; x_2]$:

$$\omega_{12} = \int_{x_1}^{x_2} f(x)\, dx.$$

3. Условие нормировки функции распределения вероятностей:

$$\int_{x_{min}}^{x_{max}} f(x)\, dx = 1,$$

где x_{min} и x_{max} – минимальное и максимальное значения величины x соответственно.

4. Распределение молекул идеального газа, находящегося в равновесном состоянии, по скоростям (распределение Максвелла).

4.1. Функция распределения молекул идеального газа по проекции скорости:

$$f(\upsilon_x) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{m_0\upsilon_x^2}{2kT}\right),$$

где m_0 – масса молекулы газа; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура; υ_x – иксовая компонента скорости молекул.

4.2. Функция распределения молекул идеального газа по величине (по модулю) скорости:

$$F(\upsilon) = \left(\frac{m_0}{2\pi kT}\right)^{\frac{3}{2}} \exp\left(-\frac{m_0\upsilon^2}{2kT}\right) 4\pi\upsilon^2,$$

где υ – величина скорости молекул.

4.3 Распределение молекул идеального газа по относительной скорости:

$$dN = Nf(u)du, \ f(u) = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u^2} u^2,$$

где dN – число молекул, относительные скорости $u = \upsilon/\upsilon_в$ которых лежат в интервале от u до $u + du$; N – полное число молекул газа; $f(u)$ – функция распределения Максвелла по относительной скорости; $\upsilon_в$ – наиболее вероятная скорость.

5. Скорости газовых молекул:

– средняя квадратичная $<\upsilon_{кв}> = \sqrt{\dfrac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{3RT}{\mu}}$;

– средняя арифметическая $<\upsilon_a> = \sqrt{\dfrac{8kT}{\pi m_0}} = \sqrt{\dfrac{8RT}{\pi\mu}}$;

– наиболее вероятная $<\upsilon_в> = \sqrt{\dfrac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\dfrac{2RT}{\mu}}$,

где m_0 – масса одной молекулы.

6. Закон изменения давления газа в зависимости от высоты в однородном поле силы тяжести (барометрическая формула):

$$p = p_0 \exp\left(-\frac{m_0 gh}{kT}\right) = p_0 \exp\left(-\frac{\mu gh}{RT}\right),$$

где p – давление на высоте h; p_0 – давление на высоте $h = 0$.

7. Распределение концентрации молекул в потенциальном силовом поле (распределение Больцмана):

$$n = n_0 \exp\left(-\frac{E_п}{kT}\right),$$

где n – концентрация молекул в точках пространства, в которых их потенциальная энергия равна $E_п$; n_0 – концентрация молекул в точках пространства, где $E_п = 0$.

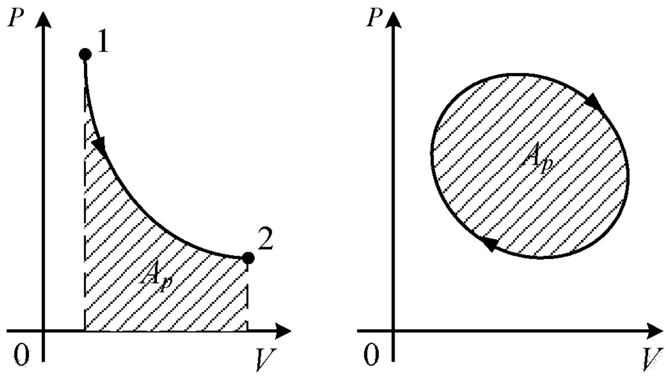
Основы термодинамики. Термодинамический процесс. Первый закон термодинамики

1. Работа изменения объёма системы (работа расширения) (рис. 9,а):

$$A_p = \int\limits_{(1)}^{(2)} F dx = \int\limits_{(1)}^{(2)} p dV,$$

где F – сила давления; dx – элементарное перемещение границ системы при её расширении; p – давление внутри системы; dV – приращение объёма системы; символами (1) и (2) обозначены начальное и конечное состояния термодинамической системы.

2. Работа при круговом процессе (рис. 9,б): $A_p = \oint\limits_l p dV$.



а) б)

Рис. 9

3. Теплоёмкость термодинамической системы (тела):

$$C = \frac{\delta Q}{dT},$$

где dT – элементарное приращение температуры термодинамической системы (тела) вследствие сообщения ей элементарного количества теплоты δQ.

4. Средняя теплоёмкость термодинамической системы (тела):

$$\langle C \rangle = \frac{Q}{\Delta T},$$

где ΔT – изменение температуры термодинамической системы (тела) вследствие сообщения ей количества теплоты Q.

5. Удельная теплоёмкость термодинамической системы (тела):

$$c = \frac{1}{m}\frac{\delta Q}{dT} = \frac{C}{m},$$

где m – масса тела (системы).

6. Средняя удельная теплоёмкость термодинамической системы (тела):

$$\langle c\rangle = \frac{1}{m}\frac{Q}{\Delta T}.$$

7. Молярная теплоёмкость термодинамической системы (тела):

$$C_\mu = c\mu ,$$

где μ – молярная масса термодинамической системы (тела).

8. Количество теплоты, полученное термодинамической системой (телом):

$$Q = \int\limits_{(1)}^{(2)} CdT = \int\limits_{(1)}^{(2)} cmdT \text{ (интеграл берется по пути процесса).}$$

9. Внутренняя энергия термодинамической системы (тела):

$$U = U_{кин} + \sum_{i>j}^{N}\sum_{j=1}^{N} U_{\text{пот}\, ij} + U_0 ,$$

где $U_{кин}$ – кинетическая энергия частиц, образующих систему; $U_{пот\ ij}$ – потенциальная энергия парных взаимодействий частиц, образующих систему; U_0 – постоянное слагаемое (равное сумме кинетической энергии электронов, потенциальной энергии электрон-электронного, электрон-протонного и протон-протонного взаимодействий и т.д.).

10. Изменение внутренней энергии идеального газа:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\nu R\Delta T ,$$

где i – число степеней свободы молекулы газа; m и μ – масса и молярная масса газа соответственно; ν – количество вещества; ΔT – изменение температуры газа.

11. Первый закон термодинамики в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A_p ; \quad dU = \delta A_{вн} + \delta Q,$$

где δQ – элементарное количество теплоты, полученное системой от внешних систем; dU – элементарное приращение внутренней энергии рассматриваемой системы; δA_p – элементарная работа расширения системы; $\delta A_{вн} = -\ \delta A_p$ – работа внешних систем над рассматриваемой системой.

12. Первое начало термодинамики в интегральной форме:

$$Q = \Delta U + A_p, \ \Delta U = A_{вн} + Q ,$$

где Q – количество теплоты, сообщенное системе окружающими системами; ΔU – изменение внутренней системы; A_p – работа расширения; $A_{вн} = -A_p$ – работа внешних систем над рассматриваемой системой.

Термодинамические процессы идеального газа

1. ***Изотермический процесс*** ($T = const$, $m = const$, $\mu = const$).

1.1. Уравнение изотермического процесса (закон Бойля – Мариотта):

$$pV = const,$$

где p и V – соответственно давление и объём газа.

1.2. Работа расширения газа:

$$A_p = \frac{m}{\mu} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \nu RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right) = p_1 V_1 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right),$$

где p_1, V_1 и p_2, V_2 – соответственно начальные и конечные значения давления и объёма газа.

1.3. Изменение внутренней энергии: $\Delta U = 0$.

1.4. Первый закон термодинамики, количество теплоты:

$$Q = A_p = \frac{m}{\mu} RT \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = \nu RT \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right).$$

1.5. Теплоёмкость: $C_T = \infty$.

2. ***Изобарический процесс*** ($p = const$, $m = const$, $\mu = const$).

2.1. Уравнение изобарического процесса (закон Гей-Люссака):

$$V_1/V_2 = T_1/T_2 = const,$$

где V_1, T_1 и V_2, T_2 – соответственно начальные и конечные значения объёма и температуры газа.

2.2. Работа расширения: $A_p = p(V_2 - V_1) = \nu R \Delta T$.

2.3. Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2} p(V_2 - V_1) = \frac{i}{2} A_p,$$

где i – число степеней свободы молекул газа; R – универсальная газовая постоянная; m и μ – соответственно масса и молярная масса газа; ν – количество вещества.

2.4. Первый закон термодинамики, количество теплоты:

$$Q = \Delta U + A_p = \frac{i+2}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{i+2}{2}A_p .$$

2.5. Теплоёмкость (молярная и удельная):

$$C_{\mu p} = \frac{i+2}{2}R ; \qquad c_p = \frac{i+2}{2}\frac{R}{\mu},$$

где $C_{\mu p}$ – молярная теплоёмкость газа при постоянном давлении; c_p – удельная теплоёмкость газа при постоянном давлении.

3. ***Изохорический процесс*** ($V = const,\ m = const,\ \mu = const$) .

3.1. Уравнение изохорического процесса (закон Шарля):

$$p_1/p_2 = T_1/T_2 = const,$$

где p_1, T_1 и p_2, T_2 – соответственно начальные и конечные значения давления и температуры газа.

3.2. Работа расширения: $A_p = 0$.

3.3. Изменение внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\nu R\Delta T ,$$

где i – число степеней свободы молекул газа; R – универсальная газовая постоянная; m и μ – соответственно масса и молярная масса газа; ν – количество вещества.

3.4. Первый закон термодинамики, количество теплоты:

$$Q = \Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\nu R(T_2 - T_1).$$

3.5. Теплоёмкость (молярная и удельная):

$$C_{\mu V} = \frac{i}{2}R ; \quad c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{\mu} ,$$

где $C_{\mu V}$ – молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме; c_V – удельная теплоёмкость газа при постоянном объёме.

3.6. Уравнение Майера: $C_{\mu p} - C_{\mu V} = R$.

4. ***Адиабатический процесс*** ($Q = 0$) .

4.1. Уравнение адиабатического процесса (уравнение Пуассона):

– в координатах (p, V): $pV^{\gamma} = const$;

– в координатах (p, T): $T^{\gamma} p^{(1-\gamma)} = const$;

– в координатах (T, V): $TV^{(\gamma-1)} = const$,

где $\gamma = c_p/c_V = C_{\mu p}/C_{\mu V} = (i+2)/i$ – показатель адиабаты, i – число степеней свободы молекулы.

4.2. Работа расширения:

$$A_p = \frac{m}{\mu}\frac{RT_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1}\right] = \frac{p_1V_1}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{T_2}{T_1}\right)\right] = \frac{m}{\mu}\frac{R}{\gamma-1}(T_1-T_2),$$

где R – универсальная газовая постоянная; m и μ – соответственно масса и молярная масса газа; ν – количество вещества.

4.3. Изменение внутренней энергии, первый закон термодинамики:

$$\Delta U = -A_p = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu}R(T_2-T_1) = \frac{i}{2}\nu R(T_2-T_1).$$

4.4. Теплоёмкость: $C = 0$.

Второй закон термодинамики. Энтропия. Тепловая и холодильная машины. Цикл Карно

1. Изменение энтропии системы:

$$\Delta S = S_2 - S_1 = \int_{(1)}^{(2)} \frac{\delta Q}{T},$$

где (1) и (2) – пределы интегрирования, соответствующие начальному и конечному состояниям системы.

2. Изменение энтропии идеального газа как функция параметров T и V:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}C_{\mu V}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + \frac{m}{\mu}R\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right),$$

где $C_{\mu V}$ – молярная теплоёмкость газа при постоянном объёме.

3. Изменение энтропии идеального газа как функция параметров p и T:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu}C_{\mu p}\ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) - \frac{m}{\mu}R\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right).$$

4. Изменение энтропии при различных термодинамических процессах:

а) изотермический: $\Delta S = \nu R \ln\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right) = \nu R \ln\left(\dfrac{p_1}{p_2}\right)$;

б) изохорический: $\Delta S = C_{\mu V}\left(\ln T_2 - \ln T_1\right)$;

в) изобарический: $\Delta S = \dfrac{m}{\mu} C_{\mu V} \ln\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right) + \dfrac{m}{\mu} R \ln\left(\dfrac{V_2}{V_1}\right) = \dfrac{m}{\mu} C_{\mu p} \ln\left(\dfrac{T_2}{T_1}\right)$;

г) адиабатический: $\Delta S = 0$;

д) политропический: $\Delta S = C_n\left(\ln T_2 - \ln T_1\right)$.

5. Формула Больцмана:

$$S = k \ln W,$$

где S – энтропия системы; k – постоянная Больцмана; $W = \dfrac{\Omega}{\Omega_{микро}}$ – вероятность существования макросостояния с энтропией S; Ω – статистический вес макросостояния системы, или термодинамическая вероятность (число равновероятных микросостояний, реализующих данное макросостояние); $\Omega_{\text{микро}}$ – полное число микросостояний, реализующих данное макросостояние.

6. Энтропия системы:

$$S = k \ln \Omega,$$

где Ω – статистический вес макросостояния системы с энтропией S.

7. Термический КПД тепловой машины:

$$\eta_T = \frac{Q_{\text{Н}} - Q_{\text{Х}}}{Q_{\text{Н}}} = 1 - \frac{Q_{\text{Х}}}{Q_{\text{Н}}},$$

где $Q_{\text{Н}}$ – количество теплоты, полученное рабочим телом (газом) от «нагревателя»; $Q_{\text{Х}}$ – количество теплоты, переданное рабочим телом «охладителю» («холодильнику»).

8. Термический КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно (идеальная тепловая машина) (p–V-диаграмма на рис. 10,а; S–T-диаграмма на рис. 10,б):

$$\eta_T = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{Q_{\text{Х}}}{Q_{\text{Н}}},$$

где T_1 – температура «нагревателя»; T_2 – температура «охладителя» («холодильника»).

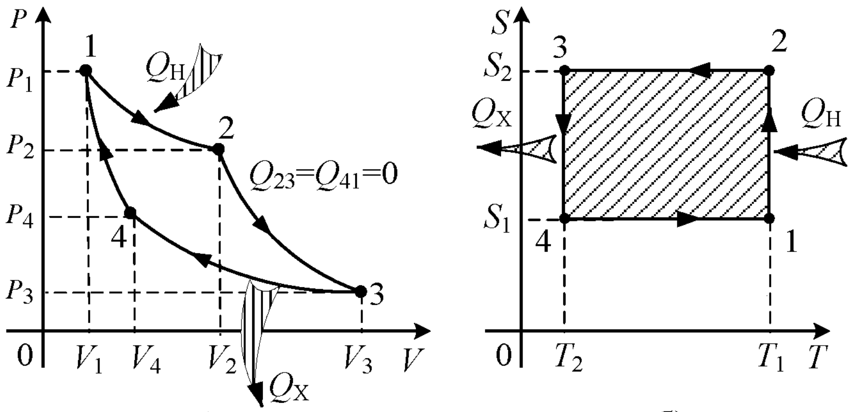
9. Холодильный коэффициент ε обратного цикла Карно (p–V-диаграмма на рис. 11,а; S–T-диаграмма на рис. 11,б):

$$\varepsilon = \frac{Q_{\text{Н}}}{|Q_{\text{Х}}| - Q_{\text{Н}}} = \frac{Q_{\text{Н}}}{|A'|} = \frac{T_2}{T_1 - T_2} ,$$

где $Q_{\text{Н}}$ – количество теплоты, полученное рабочим телом от низкотемпературного источника («нагревателя»); $Q_{\text{Х}}$ – количество тепло-ты, отводимое от рабочего тела к высокотемпературному источнику («охладителю»); A' – работа внешних систем за один цикл; T_2 – температура «нагревателя» (охлаждаемого тела); T_1 – температура «охладителя» ($T_1 > T_2$).

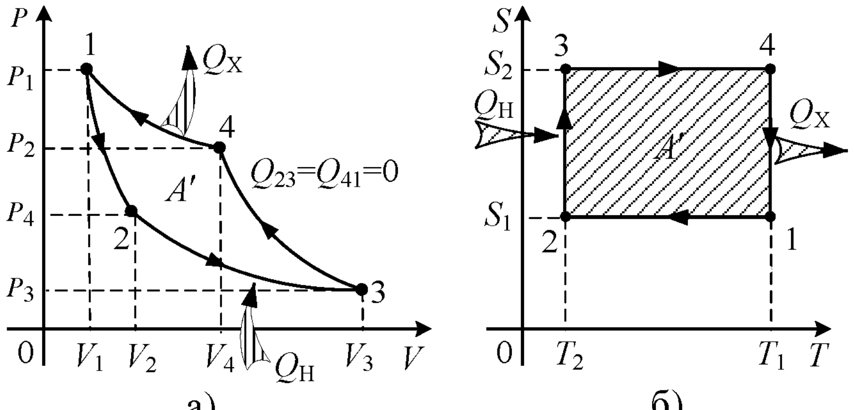
10. Нагревательный коэффициент ξ обратного цикла Карно (см. рис. 11):

$$\xi = \frac{Q_{\text{Н}}}{Q_{\text{Н}} - Q_{\text{Х}}} = \frac{Q_{\text{Н}}}{|A'|} = \frac{T_1}{T_1 - T_2} .$$



а) б)

Рис. 10



а) б)

Рис. 11

2.2. ПРИМЕРЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1. Определить число N молекул, содержащихся в объёме V = 1 мм^3 воды, и массу m_0 одной молекулы. Оценить также диаметр d молекулы воды.

Примечание. *Если в условии задачи нет специальных оговорок, то считать, что молярная масса вещества известна.*

Дано: $V = 1$ мм^3 $= 1\cdot10^{-6}$ м^3, $\mu = 18\cdot10^{-3}$ кг/моль, $\rho = 10^3$ кг/ м^3.

Найти: N, m_0, d.

Решение. Число N молекул в воде массой m равно:

$$N = \nu N_A,$$

где N_A – число Авогадро; ν – количество вещества.

Так как

$$\nu = \frac{m}{\mu},$$

где μ – молярная масса вещества, то

$$N = \frac{mN_A}{\mu}. \qquad (1)$$

С учётом $m = \rho V$ выражение (1) примет вид

$$N = \rho\frac{VN_A}{\mu}, \qquad (2)$$

где ρ – плотность воды.

Массу молекулы воды m_0 можно найти из соотношения

$$m_0 = \frac{\mu}{N_A}. \qquad (3)$$

Будем считать, что молекула воды представляет собой шар, вписанный в куб с ребром a. Тогда на каждую молекулу приходится объём, равный $V_0 = d^3$, где d – диаметр молекулы. Отсюда

$$d = \sqrt[3]{V_0}. \qquad (4)$$

С другой стороны, объём молекулы равен:

$$V_0 = V/N. \qquad (5)$$

Решая совместно уравнения (1), (4) и (5), окончательно получим:

$$d = \sqrt[3]{\frac{\mu}{\rho N_A}}. \qquad (7)$$

Подставив численные данные в уравнения (2), (3) и (6), получим:

$$N = \frac{10^3 \cdot 10^{-9}}{18 \cdot 10^{-3}} \cdot 6{,}02 \cdot 10^{23} = 3{,}34 \cdot 10^{19} \text{ молекул;}$$

$$m_0 = \frac{18 \cdot 10^{-3}}{6{,}02 \cdot 10^{23}} = 2{,}99 \cdot 10^{-26} \text{ кг;}$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{18 \cdot 10^{-3}}{10^3 \cdot 6.02 \cdot 10^{23}}} = 3.11 \cdot 10^{-10} \text{м.}$$

Задача 2. Объём воды в озере $V = 10^4$ км^3. Представим себе, что в озеро выльют стакан воды и что вся эта вода в озере хорошо перемешалась. Сколько молекул воды из тех, что были в стакане, снова попадут в стакан при повторном зачерпывании из озера? Объём стакана равен $V_0 = 200$ мл.

Дано: $\mu = 18 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $\rho = 10^3$ кг/м^3, $V = 10^4$ км^3 = 10^{12} м^3, $V_0 = 200$ мл = $0{,}2 \cdot 10^{-3}$ м^3.

Найти: N.

Решение. Так как вылившаяся из стакана вода хорошо перемешалась с водой озера, то концентрация n её молекул, определяемая как отношение общего количества молекул воды N_0, которые были в стакане, ко всему объёму воды в озере V ($n = \frac{N_0}{V}$), будет одна и та же в любой точке озера. Тогда число молекул, которые опять попадут в стакан, можно определить как

$$N = nV_0 = \frac{N_0 V_0}{V}. \qquad (1)$$

Общее число молекул воды N_0, которые были в стакане, можно определить из соотношения

$$N_0 = \nu N_A = \frac{mN_A}{\mu} = \frac{\rho N_A V_0}{\mu}, \qquad (2)$$

где $m = \rho V_0$ – масса воды в стакане; ρ – плотность воды; μ – молярная масса воды; N_A – число Авогадро.

Подставляя выражение (2) в (1), получим:

$$N = \frac{\rho N_A V_0^2}{\mu V}.$$

Подставив численные данные в это уравнение, получим:

$$N=\frac{10^3\cdot 6{,}022\cdot 10^{23}\cdot 200\cdot 10^{-6}}{10^{-3}\cdot 10^{12}}=6{,}69\cdot 10^{12}\text{ молекул.}$$

Задача 3. В сосуде при температуре t = 100°С находится V = = 2 м^3 смеси кислорода O_2 и сернистого газа SO_2. Давление смеси равно p = $4\cdot 10^5$ Па. Определить массу кислорода, если масса сернис-того газа m_2 = 8 кг.

Дано: T = 373 К (100°С), V = 2 м^3, μ_1 = $32\cdot 10^{-3}$ кг/моль, μ_2 = = $64\cdot 10^{-3}$ кг/моль, $p = 4\cdot 10^5$ Па, m_2 = 8 кг.

Найти: m_1.

Решение. По закону Дальтона давление смеси равно сумме парциальных давлений газов, входящих в состав смеси. Парциальные давления кислорода p_1 и сернистого газа p_2 можно найти из уравнений Менделеева – Клапейрона:

$$p_1=\frac{m_1}{\mu_1}\frac{RT}{V};$$

$$p_2=\frac{m_2}{\mu_2}\frac{RT}{V}.$$

По закону Дальтона

$$p=p_1+p_2=\left(\frac{m_1}{\mu_1}+\frac{m_2}{\mu_2}\right)\frac{RT}{V},$$

откуда

$$\frac{m_1}{\mu_1}=\frac{pV}{RT}-\frac{m_2}{\mu_2}\quad\Rightarrow\quad m_1=\left(\frac{pV}{RT}-\frac{m_2}{\mu_2}\right)\mu_1.$$

Подставив в последнее уравнение числовые значения, получим:

$$m_1=\left(\frac{4\cdot 10^5\cdot 2}{8{,}31\cdot 373}-\frac{8}{64\cdot 10^{-3}}\right)32\cdot 10^{-3}=4{,}3\text{ кг.}$$

Задача 4. Найти среднюю кинетическую энергию одной молекулы аммиака NH_4 при температуре t = 27°С и среднюю энергию вращательного движения этой молекулы при той же температуре, предполагая, что газ идеальный и состоит из жёстких молекул.

Примечание. *Во всех задачах данной контрольной работы считать, что газ состоит из жёстких молекул.*

Дано: $\mu = 16 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $T = 300$ К (27°С), $i = 6$.

Найти: $<E_к>$, $<E_к^{вр}>$.

Решение. Средняя кинетическая энергия одной молекулы аммиака определяется по формуле

$$< E_к > = \frac{i}{2} kT, \quad (1)$$

где i – число степеней свободы молекулы; k – постоянная Больцмана; T – термодинамическая температура газа.

Число степеней свободы i жёсткой четырёхатомной молекулы, какой по условию задачи является молекула аммиака, равно 6.

Средняя энергия вращательного движения молекулы определяется по формуле

$$< E_к^{вр} > = \frac{i_{вр}}{2} kT, \quad (2)$$

где $i_{вр}$ – число вращательных степеней свободы молекулы аммиака.

Число вращательных степеней свободы $i_{вр}$ молекулы аммиака равно 3. Три степени свободы приходится на поступательное движение молекулы, так что $i = i_{вр} + i_{пост} = 3 + 3 = 6$. Заметим, что у трёх и более атомных молекул число степеней свободы, приходящихся на поступательное движение и вращательное движение, одинаково (по 3), поэтому энергии поступательного и вращательного движения одинаковы ($<E_к^{пост}> = <E_к^{вр}> = \frac{< E_к >}{2}$).

Подставляя в выражения (1) и (2) числовые значения, определяем:

$$<E_к> = 1{,}24 \cdot 10^{-20} \text{ Дж}; \quad <E_к^{вр}> = 6{,}2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж}.$$

Задача 5. Определить массу гелия, заключенного в баллоне ёмкостью 10 л, если при температуре $t_1 = 0$°С давление в баллоне составляет 10 МПа. На сколько изменится давление газа, если баллон нагреть до 50°С? Какое количество газа надо выпустить из баллона, чтобы давление в нём стало равным давлению при 0°С? Процесс выпускания газа считать изотермическим.

Дано: $\mu = 4 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $V = 10$ л $= 10 \cdot 10^{-3}$ м^3 , $p_1 = 10 \cdot 10^6$ Па, $T_1 = 273$ К (0°С), $T_2 = 323$ К (50°С).

Найти: m, $\Delta p = p_2 - p_1$, $\Delta m = m_3 - m$.

Решение. В задаче рассматриваются три состояния гелия. Из условия задачи следует, что:

– объём газа во всех трёх состояниях один и тот же:

$$V_1 = V_2 = V_3 = V; \tag{1}$$

– масса газа при переходе из первого состояния во второе не меняется:

$$m_1 = m_2 = m; \tag{2}$$

– давление газа в третьем состоянии равно давлению в первом состоянии:

$$p_3 = p_1; \tag{3}$$

– переход газа из второго состояния в третье является изотермическим:

$$T_3 = T_2; \tag{4}$$

–газ в трёх состояниях один и тот же.

Уравнения Менделеева – Клапейрона для каждого из трёх состояний газа с учётом уравнений (1) – (4) имеют вид:

$$p_1 V = \frac{m}{\mu} R T_1 ; \tag{5}$$

$$p_2 V = \frac{m}{\mu} R T_2 ; \tag{6}$$

$$p_3 V = \frac{m_3}{\mu} R T_3 . \tag{7}$$

Массу гелия m в первом состоянии определим из уравнения (5):

$$m = \frac{p_1 V \mu}{R T_1}. \tag{8}$$

Изменение давления Δp определим из совместного решения уравнений (5), (6) и (8):

$$\Delta p = p_2 - p_1 = \frac{m}{\mu} R \frac{T_2 - T_1}{V} = \frac{T_2 - T_1}{T_1} p_1. \tag{9}$$

Из уравнений (7) и (8) находим массу Δm гелия, который по условию задачи нужно выпустить из баллона:

$$\Delta m = m_3 - m = \frac{p_1 V \mu}{R}\left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2}\right). \tag{10}$$

Подставляя в уравнения (8), (9) и (10) числовые значения, находим:

$$m = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{8{,}31 \cdot 323} = 0{,}176 \text{ кг};$$

$$\Delta p = \frac{323 - 273}{323} 10 \cdot 10^6 = 1{,}83 \cdot 10^6 \text{ Па} = 1{,}83 \text{ МПа};$$

$$\Delta m = \frac{10 \cdot 10^6 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{8{,}31} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{323} \right) = 0{,}027 \text{ кг}.$$

Задача 6. Воздух находится в цилиндре под легкоподвижным поршнем, при этом давление воздуха равно 1 МПа, а его температура составляет 27°С. После сообщения воздуху некоторого количества теплоты, он расширился, а его давление понизилось до 0,7 МПа. Определить объём и температуру воздуха в конечном состоянии, работу расширения и подведённое количество теплоты, если расширение происходит: 1) изотермически; 2) адиабатически.

Дано: $V_1 = 0{,}01$ м^3 (10 л), $p_1 = 1 \cdot 10^6$ Па, $T_1 = 300$ К (27°С), $p_2 =$ $= 0{,}7 \cdot 10^6$ Па, $i = 5$.

Найти: V_2, T_2, A_p, ΔU, Q при: 1) $T = \text{const}$; 2) $Q = 0$.

Решение.

1) *Изотермическое расширение воздуха* ($T = \text{const}$).

Так как процесс изотермический, то конечная температура газа равна начальной: $T_2 = T_1 = 300$ К. Следовательно, изменение внутренней энергии воздуха также равно нулю: $\Delta U = 0$.

Конечный объём воздуха определим из закона Бойля – Мариотта:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2 \Rightarrow V_2 = \frac{p_1}{p_2} V_1. \qquad (1)$$

Работа газа при изотермическом расширении равна:

$$A_p = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \nu R T_1 \ln \frac{V_2}{V_1} = p_1 V_1 \ln \frac{p_1}{p_2}. \qquad (2)$$

Количество подведённого к газу тепла найдём на основании первого закона термодинамики с учётом того, что $\Delta U = 0$:

$$Q = A_p + \Delta U = A_p.$$

Подставляя в выражения (1) и (2) числовые данные, находим:

$$V_2 = \frac{1 \cdot 10^6}{0{,}7 \cdot 10^6} \cdot 0{,}01 = 0{,}014 \text{ м}^3;$$

$$A_p = Q = 1 \cdot 10^6 \cdot 0{,}01 \cdot \ln\left(\frac{1 \cdot 10^6}{0{,}7 \cdot 10^6}\right) = 3{,}57 \cdot 10^3 \text{Дж} = 3{,}57 \text{ кДж}.$$

2) *Адиабатическое расширение воздуха* ($Q = 0$).

Конечный объём воздуха найдём из уравнения адиабатического процесса в координатах (p, V) (уравнение Пуассона):

$$p_2 V_2^{\gamma} = p_1 V_1^{\gamma},$$

где $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V} = \dfrac{i+2}{i} = \dfrac{7}{5}$ – показатель адиабаты.

Отсюда следует, что

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\gamma}}. \qquad (3).$$

Конечную температуру найдём из уравнения Пуассон в координатах (p, T):

$$T_2 = T_1 \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}. \qquad (4)$$

Согласно определению, изменение внутренней энергии воздуха равно:

$$\Delta U = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R (T_2 - T_1) = \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right). \qquad (5)$$

Подставляя выражение (4) в (5), окончательно получим выражение для изменения внутренней энергии:

$$\Delta U = \frac{i}{2} p_1 V_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right). \qquad (6)$$

Так как количество тепла, подведённое к газу, равно нулю (процесс адиабатический), то на основании первого закона термодинамики работа расширения газа равна убыли его внутренней энергии: папа

$$A_p = -\Delta U = \frac{i}{2} p_1 V_1 \left(1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right). \qquad (7)$$

Подставляя числовые данные в формулы (3), (4), (6) и (7), получим:

$$V_2 = 0{,}01\left(\frac{1\cdot 10^6}{0{,}7\cdot 10^6}\right)^{\frac{5}{7}} = 0{,}013 \text{ м}^3;\ T_2 = 274 \text{ К};$$

$$\Delta U = -2{,}56\cdot 10^3 = -\,2{,}56 \text{ кДж};\ A_p = -\,\Delta U = 2{,}56 \text{ кДж}.$$

Задача 7. Найти удельные теплоёмкости c_p и c_V смеси газов, состоящей из $m_1 = 10$ г гелия и $m_2 = 4$ г водорода.

Дано: $m_1 = 10\cdot 10^{-3}$ кг, $\mu_1 = 4\cdot 10^{-3}$ кг/моль, $i_1 = 3$, $m_2 = 4\cdot 10^{-3}$ кг, $\mu_2 = 2\cdot 10^{-3}$ кг/моль, $i_2 = 5$.

Найти: c_p, c_V.

Решение. Теплота, необходимая для изохорического нагревания газовой смеси на ΔT, равна:

$$Q_V = Q_{1V} + Q_{2V}, \tag{1}$$

где Q_{1V} и Q_{2V} – соответственно количества теплоты, полученной гелием и водородом;

$$\begin{cases} Q_{1V} = m_1 c_{V1}\Delta T; \\ Q_{2V} = m_2 c_{V2}\Delta T; \\ Q_V = m c_V \Delta T, \end{cases} \tag{2}$$

где c_{V1} и c_{V2} – удельные теплоёмкости при постоянном объёме гелия и водорода соответственно; c_V – удельная теплоёмкость смеси при постоянном объёме.

Подставив выражения (2) в уравнение (1) и разделив полученное равенство на ΔT, получим:

$$c_V(m_1 + m_2) = m_1 c_{V1} + m_2 c_{V2},$$

откуда

$$c_V = \frac{c_{V1}m_1 + c_{V2}m_2}{m_1 + m_2}. \tag{3}$$

Путем аналогичных рассуждений получим соотношение для удельной теплоёмкости смеси при постоянном давлении:

$$c_p = \frac{c_{p1}m_1 + c_{p2}m_2}{m_1 + m_2}. \tag{4}$$

Подставив в уравнения (3) и (4) выражения для удельных теплоёмкостей гелия и водорода при постоянном объёме и давлении

$$c_{V1} = \frac{i_1}{2} \cdot \frac{R}{\mu_1}, \qquad c_{V2} = \frac{i_2}{2} \cdot \frac{R}{\mu_2};$$

$$c_{p1} = \frac{i_1 + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu_1}, \qquad c_{p2} = \frac{i_2 + 2}{2} \cdot \frac{R}{\mu_2},$$

окончательно получим:

$$c_V = \frac{R}{2} \frac{i_1 \frac{m_1}{\mu_1} + i_2 \frac{m_2}{\mu_2}}{m_1 + m_2}; \quad c_p = R \frac{\frac{i_1+2}{2} \cdot \frac{m_1}{\mu_1} + \frac{i_2+2}{2} \cdot \frac{m_2}{\mu_2}}{m_1 + m_2}. \qquad (5)$$

Подставив в уравнения (5) числовые значения, получим:

$$c_V = \frac{8{,}31}{2} \cdot \frac{3 \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} + 5 \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}}{10 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}} = 5{,}2 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)};$$

$$c_p = 8{,}31 \cdot \frac{\frac{3+2}{2} \cdot \frac{10 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-3}} + \frac{5+2}{2} \cdot \frac{4 \cdot 10^{-3}}{2 \cdot 10^{-3}}}{10 \cdot 10^{-3} + 4 \cdot 10^{-3}} = 7{,}9 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг·К)}.$$

Задача 8. Воздух, находящийся при давлении 0,5 МПа и температуре 227°С, подвергли сначала адиабатическому расширению от объёма 1 л до объёма 1,5 л, а затем изобарному расширению, в результате которого объём воздуха увеличился до 3 л (рис. 12). Определить для каждого из этих процессов: 1) работу расширения, совершённую воздухом; 2) изменение внутренней энергии воздуха; 3) количество подведённой к воздуху теплоты.

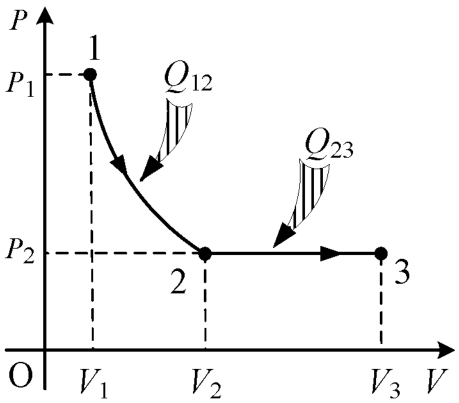


Рис. 12

Дано: $p_1 = 0{,}5 \cdot 10^6$ Па, $T_1 = 500$ К (27°С), $V_1 = 1 \cdot 10^{-3}$ м^3 (1 л), $V_2 = 2 \cdot 10^{-3}$ м^3 (2 л), $V_3 = 3 \cdot 10^{-3}$ м^3 (3 л), $i = 5$.

Найти: 1) A_p; 2) ΔU; 3) Q.

Решение.

а) *Адиабатическое расширение воздуха.*

Согласно первому закону термодинамики, количество теплоты Q, сообщенное газу, идет на изменение внутренней энергии газа (ΔU) и совершение работы против внешних сил (A_p):

$$Q = \Delta U + A_p. \qquad (1)$$

Адиабатический процесс 1→2 (см. рис. 12) совершается без теплообмена с окружающей средой, поэтому

$$Q_{12} = 0. \tag{2}$$

Согласно определению, работа расширения A_p газа равна:

$$A_{p12} = \int_{(1)}^{(2)} p dV. \tag{3}$$

По условию задачи, давление газа в процессе 1 → 2 меняется по закону (адиабатический процесс)

$$p = \alpha V^{-\gamma}, \tag{4}$$

где $\alpha = p_1 V_1^{\gamma}$.

Подставляя соотношение (4) в (3) и интегрируя, получим выражение для работы газа при адиабатическом процессе 1→2:

$$A_{p12} = \frac{p_1 V_1}{\gamma - 1}\left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma - 1}\right], \tag{5}$$

где $\gamma = (i + 1)/i = 1{,}4$ – показатель адиабаты [воздух состоит в основном из азота, кислорода и водорода (двух атомных молекул), поэтому число степеней свободы воздуха принимается равным i = 5].

Согласно уравнениям (1) и (2), при адиабатическом процессе

$$\Delta U_{12} = -A_{p12}. \tag{6}$$

б) Изобарическое расширение газа.

Работа расширения, совершаемая газом при изобарическом процессе 2→3 (см рис. 12), равна:

$$A_{p23} = p_2 (V_3 - V_2), \tag{7}$$

где давление p_2 найдём, воспользовавшись уравнением Пуассона для адиабатического процесса 1→2:

$$p_2 = p_1 \left(V_1 / V_2 \right)^{\gamma}. \tag{8}$$

Подставляя выражение (8) в формулу (7), получим:

$$A_{p23} = p_1 (V_3 - V_2) \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma}. \tag{9}$$

Изменение внутренней энергии газа в процессе 2→3 равно:

$$\Delta U_{23} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \Delta T_{23} = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} (T_3 - T_2), \tag{10}$$

где m – масса газа; $C_{\mu V}$ – его молярная теплоёмкость при постоянном объёме.

Массу m газа найдём из уравнения Менделеева – Клапейрона $p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} R T_1$, откуда

$$m = \frac{\mu p_1 V_1}{R T_1}. \tag{11}$$

Молярная теплоёмкость идеального газа при постоянном объёме равна $C_{\mu V} = iR/2$. Подставляя это выражение и формулу (11) в уравнение (10), получим:

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2} \frac{p_1 V_1}{T_1} (T_3 - T_2). \tag{12}$$

Температуры T_2 и T_3 найдём, воспользовавшись уравнением Пуассона для адиабатического процесса $1 \to 2$ и законом Гей-Люссака для изобарного процесса $2 \to 3$:

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma}; \quad T_3 = T_2 \frac{V_3}{V_2} = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \left(\frac{V_3}{V_2} \right). \tag{13}$$

С учётом уравнений (13) соотношение (12) примет вид

$$\Delta U_{23} = \frac{i}{2} p_1 V_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \left(\frac{V_3}{V_2} - 1 \right). \tag{14}$$

Количество теплоты Q_{23}, подводимое к газу при изобарическом процессе, можно найти, воспользовавшись понятием молярной теплоёмкости:

$$Q_{23} = C_{\mu p} \frac{m}{\mu} (T_3 - T_2), \tag{15}$$

где $C_{\mu p} = (i+2)R/2$ – молярная теплоёмкость воздуха при постоянном давлении.

Подставляя выражения для молярной теплоёмкости $C_{\mu p}$ и массы газа (11), а также выражения (13) для температур T_2 и T_3 в уравнение (15), окончательно получим:

$$Q_{23} = \frac{i+2}{2} p_1 V_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma} \left(\frac{V_3}{V_2} - 1 \right). \tag{16}$$

Подставляя числовые данные задачи в уравнения (5), (6), (9), (14) и (16), получим:

$$A_{p12} = 0{,}187 \text{ кДж}; \; \Delta U_{12} = -\,0{,}187 \text{ кДж}; \; \Delta Q_{12} = 0 \text{ кДж};$$

$$A_{p23} = 0{,}638 \text{ кДж}; \; \Delta U_{23} = 1{,}179 \text{ кДж}; \; \Delta Q_{23} = 1{,}817 \text{ кДж}.$$

Задача 9. Кислород массой m = 200 г нагревают от температуры T_1 = 300 К до температуры T_2 = 400 К. Найти изменение энтропии кислорода, если процесс нагревания: 1) изобарический; 2) изотермический, а затем изохорический (см. рис. 13).

Дано: m = 0,200 кг, $\mu = 32 \cdot 10^3$ кг/моль, T_1= 300 К, T_2 = 400 К, i = 5.

Найти: ΔS.

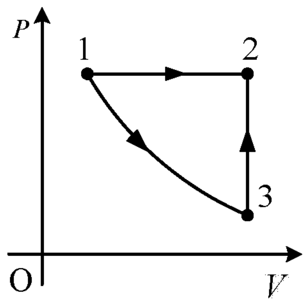


Рис. 13

Решение. 1) Процесс 1→2. Согласно определению, изменение энтропии системы в произвольном термодинамическом процессе равно:

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T}, \qquad (1)$$

где

$$\delta Q = \delta Q_p = \frac{m}{\mu} C_{\mu p} dT \qquad (2)$$

– количество теплоты, подводимое к кислороду при p = const; $C_{\mu p} = \frac{i+2}{2} R$ – молярная теплоёмкость кислорода при постоянном давлении.

Подставляя выражение (2) в равенство (1) и учитывая выражение для молярной теплоёмкости газа, получим:

$$\Delta S = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \int_{(1)}^{(2)} \frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{i+2}{2} \frac{m}{\mu} R \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right). \qquad (3)$$

2) Процесс 1→3→2. Для данного процесса

$$\Delta S = \int_{(1)}^{(3)} \frac{\delta Q_T}{T} + \int_{(3)}^{(2)} \frac{\delta Q_V}{T}, \qquad (4)$$

где

$$\delta Q_T = \delta A_{13} = p \mathrm{d}V \qquad (5)$$

– количество теплоты, подводимое к кислороду при изотермическом расширении (процесс 1→3);

$$\delta Q_V = \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \mathrm{d}T \qquad (6)$$

– количество теплоты, подводимое к кислороду при V = const (процесс 3→2); $C_{\mu V} = \frac{i}{2} R$ – молярная теплоёмкость кислорода при постоянном объёме.

Подставляя выражения (5) и (6) в равенство (4) и учитывая, что $\frac{p}{T} = \frac{mR}{\mu V}$ (из уравнения Менделеева – Клапейрона), получим:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} R \int\limits_{(1)}^{(3)} \frac{\mathrm{d}V}{V} + \frac{m}{\mu} C_{\mu V} \int\limits_{(3)}^{(2)} \frac{\mathrm{d}T}{T} = \frac{m}{\mu} R \ln\left(\frac{V_3}{V_1}\right) + \frac{i}{2}\frac{m}{\mu} R \ln\left(\frac{T_2}{T_3}\right). \qquad (7)$$

Учитывая, что $T_3 = T_1$, $V_3 = V_2$, а также $\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1}$, из уравнения (7) окончательно получим:

$$\Delta S = \frac{i+2}{2}\frac{m}{\mu} R \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right). \qquad (8)$$

Выражения (3) и (8) абсолютно эквивалентны. Этот результат не удивителен, так как изменение энтропии системы при переходе из одного равновесного состояния в другое определяется лишь параметрами этих состояний и не зависит от вида процесса её перехода. Другими словами: энтропия системы является функцией состояния системы.

Подставляя числовые значения в уравнение (8), получим:

$$\Delta S = \frac{5+2}{2} \cdot \frac{0{,}2}{32 \cdot 10^{-3}} 8{,}31 \ln\left(\frac{400}{300}\right) = 52{,}3 \text{ Дж/К}.$$

Задача 10. Идеальный газ совершает цикл Карно (см. рис. 10), Температуры «нагревателя» и «холодильника» соответственно равны t_1 = 627°C и t_2 = 27°C. Определить работу изотермического сжатия газа A_{34}, если работа его изотермического расширения составляет A_{12} = 600 Дж. Определить также мощность такого теплового двигателя, время осуществления цикла которого составляет t = 0,5 с.

Дано: $T_1 = 900$ К, $T_2 = 300$ К, $A_{12} = 600$ Дж, $t = 0{,}5$ с.

Найти: A_{34}, N.

Решение. Подвод теплоты к рабочему телу, совершающему цикл Карно, осуществляется при его изотермическом расширении (процесс 1→2 на рис. 10). На основании первого закона термодинамики для такого процесса имеем:

$$Q_{\text{Н}} = Q_{12} = A_{12}. \qquad (1)$$

Отвод теплоты от рабочего тела в цикле осуществляется при его изотермическом сжатии (процесс 3→4 на рис. 3). На основании первого закона термодинамики для этого процесса имеем:

$$Q_{\text{Х}} = Q_{34} = A_{34}. \qquad (2)$$

Термический КПД тепловой машины, работающей по циклу Карно:

$$\eta_T = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{|Q_{\text{Х}}|}{Q_{\text{Н}}}, \qquad (3)$$

где T_1 – температура «нагревателя»; T_2 – температура «охладителя» («холодильника»).

Из соотношения (3) находим, что $\dfrac{T_2}{T_1} = \dfrac{|Q_{\text{Х}}|}{Q_{\text{Н}}}$. С учётом (1) и (2) окончательно получаем выражение для работы при изотермическом сжатии рабочего тела (идеального газа):

$$A_{34} = Q_{\text{Х}} = -\frac{T_2}{T_1} Q_{\text{Н}} = -\frac{T_2}{T_1} A_{12}. \qquad (4)$$

Согласно определению, мощность теплового двигателя равна:

$$N = \frac{A'}{t} = \frac{Q_{\text{Н}} - |Q_{\text{Х}}|}{t}, \qquad (5)$$

где A' – полезная работа за цикл; t – время осуществления цикла.

Подставляя выражения (1) и (4) в равенство (5), окончательно определяем:

$$N = \frac{A_{12}}{t}\left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right). \qquad (6)$$

Подставляя числовые значения в (4) и (6), находим работу изотермического сжатия газа A_{34} и теоретически максимальную мощность такого двигателя N:

$$A_{34} = -\frac{300}{900} 600 = -\,200 \text{ Дж}; \; N = \frac{200}{0{,}5}\left(1 - \frac{300}{900}\right) = 800 \text{ Вт}.$$

Задача 11. Найти КПД тепловой машины, в которой рабочее тело (идеальный одноатомный газ) совершает циклический процесс, состоящий из двух изобарных и двух изохорных процессов. Известно, что в пределах цикла максимальные значения объёма и давления газа соответственно в $k = 2$ и $n = 2$ раз больше их минимальных значений (рис. 14).

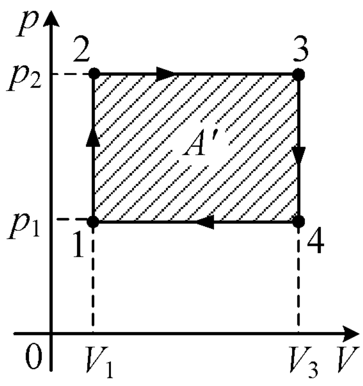


Рис. 14

Дано: $V_3 = V_4 = kV_1$, $p_2 = p_3 = np_1$, $n = 2$, $k = 2$, $i = 3$.

Найти: η_T.

Решение. Термический КПД цикла можно определить двумя способами.

Способ 1.

Для нахождения КПД цикла рассмотрим в отдельности процессы, из которых он состоит, основываясь на первом законе термодинамики, газовых законах и уравнении Менделеева – Клапейрона.

Процесс 1→2.

Согласно первому закону термодинамики, $Q_{12} = \Delta U_{12} + A_{12}$. Так как процесс 1→2 изохорический, то $A_{12} = 0$. Таким образом, количество теплоты Q_{12}, получаемой машиной в процессе 1→2, идет только на изменение внутренней энергии газа:

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = (i/2)\ \nu R\,(T_2 - T_1) = (i/2)\,(\nu RT_2 - \nu RT_1).$$

На основании уравнения Менделеева – Клапейрона и с учётом того, что $p_2 = np_1$, а $n > 1$, Q_{12} можно представить в следующем виде:

$$Q_{12} = (i/2)\,(p_2V_2 - p_1V_1) = (i/2)\,p_1V_1\,(n - 1) > 0, \qquad (1)$$

т.е. газ получает от «нагревателя» количество теплоты Q_{12}.

Примечание. Изменение внутренней энергии можно также найти, если воспользоваться её определением: $\Delta U_{12} = (i/2)\ \nu R\,(T_2 - T_1)$. Для этого найдём связь температуры газа в состоянии 2 с его температурой в состоянии 1.

На основании газовых законов имеем: $\dfrac{p_2}{p_1} = \dfrac{T_2}{T_1} \Rightarrow T_2 = \dfrac{p_2}{p_1}T_1 = nT.$

Тогда

$$Q_{12} = \Delta U_{12} = (i/2)\ \nu R\,(n\,T_1 - T_1) = (i/2)\,p_1V_1\,(n - 1).$$

Процесс 2→3.

Количество теплоты, получаемой системой в этом процессе, на основании первого закона термодинамики равно:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23}.$$

Так как данный процесс является изобарным, то $A_{23} = p_2(V_3 - V_2)$. Тогда с учётом условия задачи ($V_2 = V_1$, $V_3 = V_4 = kV_1$ и $p_2 = np_1$) имеем:

$$A_{23} = p_2\,(V_3 - V_2) = n\,(k-1)\,p_1V_1;$$

$$\Delta U_{23} = (i/2)\ \nu R\,(T_3 - T_2) = (i/2)\,(p_3V_3 - p_2V_2) = (i/2)\,n\,(k-1)\,p_1V_1.$$

Примечание. Изменение внутренней энергии ΔU_{23} можно найти и на основание её определения. Для этого необходимо на основе газовых законов найти температуру газа в третьем состоянии ($T_3 = k\,n\,T_1$).

Таким образом:

$$Q_{23} = \Delta U_{23} + A_{23} = (1+i/2)\,n\,(k-1)\,p_1V_1 > 0, \qquad (2)$$

т.е. газ получает от «нагревателя» количество теплоты Q_{23}.

Процесс 3→4.

Данный процесс аналогичен процессу 1→2. Следовательно,

$$Q_{34} = \Delta U_{34} + A_{34} = \Delta U_{34}\,,$$

так как $A_{34} = 0$ (процесс 3→4 изохорный).

С учётом условия задачи ($V_3 = V_4 = kV_1$; $p_2 = p_3 = np_1$) имеем:

$$Q_{34} = \Delta U_{34} = (i/2)\ \nu R\,(T_4 - T_3) = (i/2)\,(p_1V_4 - p_2V_4) =$$

$$= (i/2)\,k\,(1-n)\,p_1V_1 < 0, \qquad (3)$$

т.е. газ отдаёт «холодильнику» количество теплоты Q_{34}.

Процесс 4→1.

Изменение внутренней энергии газа в этом процессе с учётом условия задачи ($V_4 = kV_1$; $p_1 = p_4$) равно:

$$\Delta U_{41} = (i/2)\ \nu R\,(T_1 - T_4) = (i/2)\,(p_1V_1 - p_4V_4) = (i/2)\,(p_1V_1 - p_1V_4) =$$

$$= (i/2)\,p_1V_1\,(1-k) < 0.$$

Работа газа при изобарном процессе 4 → 1 равна:

$$A_{41} = p_1\,(V_1 - V_4) = p_1\,(V_1 - kV_1) = p_1V_1\,(1-k) < 0.$$

Таким образом, на основании первого закона термодинамики ($Q_{41} = \Delta U_{41} + A_{41}$) имеем:

$$Q_{41} = (i/2)\,p_1V_1\,(1-k) + p_1V_1\,(1-k) = p_1V_1\,(1-k)\,(i/2+1) < 0, \qquad (4)$$

т.е. газ отдаёт «холодильнику» количество теплоты Q_{41}.

Учитывая всё сказанное выше, находим, что за весь цикл газ получает тепло на участке процесса 1→2→3:

$$Q_{\text{Н}} = Q_{12} + Q_{23} = p_1V_1[(i/2)\,(n-1) + (1+i/2)n(k-1))],$$

а отдаёт его «холодильнику» на участке процесса 3→4→1:

$$|Q_{\text{Х}}| = |Q_{34}| + |Q_{41}| = p_1V_1\,[(i/2)\,k\,(n-1) + (1+i/2)\,(k-1)].$$

По определению, КПД цикла равен:

$$\eta_T = \frac{Q_\text{Н} - |Q_\text{Х}|}{Q_\text{Н}} = 1 - \frac{|Q_\text{Х}|}{Q_\text{Н}} = 1 - \frac{ik(n-1)+(i+2)(k-1)}{i(n-1)+n(i+2)(k-1)}.$$

Подставляя числовые значения для k, n и i, получаем $\eta = 2/13$.

Способ 2.

Работа A тепловой машины за цикл численно равна площади прямоугольника 1-2-3-4 (см. рис. 14). С учётом условия задачи ($V_4 = kV_1$; $p_2 = np_1$) имеем:

$$A = (p_2 - p_1)\,(V_4 - V_1) =$$
$$= (np_1 - p_1)\,(kV_1 - V_1) = p_1V_1\,(n-1)\,(k-1). \qquad (5)$$

Тепловая машина получает энергию от «нагревателя» в процессе изохорного нагревания ($1\to2$) и изобарного расширения ($2\to3$), так как температура и объём газа увеличиваются. Следовательно, на основании первого закона термодинамики имеем: $Q_\text{Н} = A_{13} + \Delta U_{13}$.

Работа газа A_{13} численно равна площади прямоугольника V_1-2-3-V_2. С учётом условия задачи ($V_3 = V_4 = kV_1$; $p_2 = p_3 = np_1$) работа A_{13} равна:

$$A_{13} = A_{23} = p_2\,(V_3 - V_2) = (nk-1)\,p_1V_1.$$

Изменение внутренней энергии ΔU_{13} равно:

$$\Delta U_{13} = (i/2)\ \nu R\,(T_3 - T_1) = (i/2)\,(p_3V_3 - p_1V_1) = (i/2)\,(p_2V_3 - p_1V_1) =$$
$$= (i/2)\,(np_1kV_1 - p_1V_1) = p_1V_1\,(i/2)\,(nk-1).$$

Таким образом, в процессе всего цикла газ от «нагревателя» получит количество теплоты

$$Q_\text{Н} = Q_{13} = p_1V_1\,(nk-1) + p_1V_1\,(i/2)\,(nk-1) =$$
$$= (n\,(k-1) + (i/2)\,(nk-1))\,p_1V_1. \qquad (6)$$

На основании выражений (5) и (6) термический КПД тепловой машины будет равен:

$$\eta_T = \frac{A}{Q_\text{Н}} = \frac{(n-1)(k-1)}{n(k-1)+(i/2)(nk-1)} = \frac{2}{13}.$$

В заключение следует отметить, что первый способ решения задачи является универсальным и может быть применен для нахождения КПД любых циклических процессов.

2.3. КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Таблица 2

Варианты	**Номера задач**									
0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
1	1	11	21	31	41	51	61	71	81	91
2	2	12	22	32	42	52	62	72	82	92
3	3	13	23	33	43	53	63	73	83	93
4	4	14	24	34	44	54	64	74	84	94
5	5	15	25	35	45	55	65	75	85	95
6	6	16	26	36	46	56	66	76	86	96
7	7	17	27	37	47	57	67	77	87	97
8	8	18	28	38	48	58	68	78	88	98
9	9	19	29	39	49	59	69	79	89	99

1. Определить количество вещества ν и число N молекул кислорода массой m = 500 г.

2. Сколько атомов содержится в ртути, если: 1) количество вещества ν = 0,2 моль; 2) масса ртути m = 1 г?

3. Вода при температуре t = 4°C занимает объём V = 1 см^3. Определить количество вещества ν и число N молекул воды.

4. Определить молярную массу μ и массу m_0 одной молекулы углекислого газа (CO_2).

5. Определить концентрацию n молекул кислорода, находящегося в сосуде объёмом V = 2 л. Количество вещества ν кислорода равно 0,2 моль.

6. Определить количество вещества ν водорода, заполняющего сосуд объёмом V = 3 л, если концентрация молекул газа в сосуде $n = 2\cdot10^{18}$ м$^{-3}$.

7. В баллоне объёмом V = 1 л находится кислород массой m = = 10 г. Определить количество вещества ν и концентрацию n его молекул.

8. В озеро средней глубиной H = 10 м и площадью S = 10 км^2 бросили m = 0,01г поваренной соли (NaCl, молярная масса μ = 58,5 г/моль). Предполагая, что соль, растворившись, равномерно распределилась в воде, определить количество ионов хлора, которое окажется в наперстке объёмом V_0 = 2 см^3, наполненном водой, взятой из озера?

9. За $t = 10$ суток полностью испарилось из открытого стакана $m = 200$ г воды. Сколько в среднем вылетало молекул с поверхности воды за 1 с?

10. В баллоне объёмом $V = 3$ л находится гелий массой $m = 4$ г. Определить концентрацию n его молекул и число $N_э$ электронов в баллоне.

11. Найти среднюю энергию $\langle E_{вр} \rangle$ вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре $t = 27°C$, а также среднюю кинетическую энергию $W_{пост}$ поступательного движения всех молекул кислорода массой $m = 4$ г.

12. Найти число молекул n водорода в единице объёма сосуда при давлении $p = 266{,}6$ Па, если средняя квадратичная скорость его молекул равна $\langle \upsilon_{кв} \rangle = 2{,}4$ км/с.

13. При какой температуре T энергия теплового движения атомов гелия будет достаточной для того, чтобы они преодолели земное тяготение и навсегда покинули земную атмосферу? Решить аналогичную задачу для Луны.

14. Гелий в количестве $\nu = 1{,}5$ моль имеет температуру $t = 100°C$. Определить суммарную кинетическую энергию $W_п$ поступательного движения всех молекул этого газа.

15. Молярная внутренняя энергия U_m некоторого двухатомного газа равна 6,02 кДж. Определить среднюю кинетическую энергию $\langle E_к^{вр} \rangle$ вращательного движения одной молекулы этого газа. Газ считать идеальным.

16. Энергия поступательного движения молекул азота, находящегося в баллоне объёмом $V = 20$ л, составляет $U = 5$ кДж, а средняя квадратичная скорость его молекул $\langle \upsilon_{кв} \rangle = 2$ км/с. Найти массу m азота в баллоне и давление p, под которым он находится.

17. Определить среднюю квадратичную скорость $\langle \upsilon_{кв} \rangle$ молекулы газа, находящегося в сосуде объёмом $V = 2$ л под давлением $p = 200$ кПа. Масса газа $m = 0{,}3$ г.

18. Плотность некоторого газа $\rho = 0{,}06$ кг/м^3, средняя квадратичная скорость его молекул $\langle \upsilon_{кв} \rangle = 500$ м/с. Найти давление p, которое оказывает газ на стенки сосуда.

19. Количество вещества ν кислорода равно 0,5 моль. Определить внутреннюю энергию U водорода, а также среднюю кинетическую энергию $\langle E_к \rangle$ молекулы этого газа при температуре $t = 27°C$.

20. Плотность некоторого газа ρ = 0,082 кг/м^3 при давлении p = 100 кПа и температуре t = 17°С. Найти среднюю квадратичную скорость $\langle \upsilon_{кв} \rangle$ молекул газа. Какова молярная масса μ этого газа?

21. Два сосуда одинакового объёма содержат кислород. В одном сосуде давление p_1 =2 МПа и температура T_1 = 800 К, в другом p_2 = 2,5 МПа, T_2 = 200 К. Сосуды соединили трубкой и охладили находящийся в них кислород до температуры T = 200 К. Определить установившееся в сосудах давление p.

22. Один баллон объёмом V_1 = 10 л содержит кислород под давлением p_1 = 1,5 МПа, другой баллон объёмом V_2 = 22 л содержит азот под давлением p_2 = 0,6 МПа. Когда баллоны соединили между собой, оба газа смешались, образовав однородную смесь (без изменения температуры). Найти парциальные давления p_1 и p_2 обоих газов в смеси и полное давление смеси.

23. Закрытый горизонтальный цилиндр объёмом V = 1 л разделен на две части подвижным невесомым поршнем. В одной части цилиндра находится кислород при температуре t = 20°С, а в другой – такая же масса азота при температуре t = 50°С. Определите объёмы частей цилиндра при равновесном положении поршня. Поршень и стенки сосуда теплонепроницаемые.

24. В закрытом сосуде объёмом V = 1000 л находится масса m_1 = 1,6 кг кислорода и масса m_1 = 0,9 кг воды. Найти давление p в сосуде при температуре t = 500°С, полагая, что при этой температуре вся вода превращается в пар.

25. В баллоне объёмом V = 15 л находится аргон при давлении p_1 = 600 кПа и температуре t_1 = 27°С. Когда из баллона было взято некоторое количество газа, давление в баллоне понизилось до p_2 = 400 кПа, а температура стала равной T_2 = 260 К. Определить массу m аргона, взятого из баллона.

26. Смесь водорода и азота общей массой m = 290 г при температуре t = 327°С и давлении p = 2,46 МПа занимает объём V = 30 л. Определить массу m_1 водорода и массу m_2 азота.

27. В баллоне объёмом V = 22,4 л находится водород при нормальных условиях. После того как в баллон было дополнительно введено некоторое количество гелия, давление в баллоне возросло до p = 0,25 МПа, а температура не изменилась. Определить массу гелия, введенного в баллон.

28. Определите плотность смеси m_1 = 22 г углекислого газа и m_2 = 42 г азота при температуре t = 10°С и нормальном атмосферном давлении.

29. В баллоне находится газ при температуре t = 20°С. Во сколько раз уменьшится давление газа, если 30% его выйдет из баллона, а температура при этом понизится на Δt =10°С?

30. Когда из баллона выпустили некоторое количество газа, давление в нём упало на 40%, а температура – на 10%. Какую часть газа при этом выпустили?

31. Масса m = 12 г газа занимает объём V = 4 л при температуре t_1 = 7°С. После нагревания газа при постоянном давлении, его плотность стала равной ρ_2 = 0,6 кг/м^3. До какой температуры t_2 нагрели газ?

32. При охлаждении газа при постоянном давлении на ΔT = = – 3 К его объём уменьшился на δ = 2%. Определите начальную температуру газа.

33. При нагревании газа при постоянном давлении на ΔT = 3 К его объём увеличился на δ = 2%. Определите начальную температуру газа.

34. При охлаждении газа при постоянном объёме на ΔT = – 3 К его давление понизилось на δ = 2%. Определите начальную температуру газа.

35. При нагревании газа при постоянном объёме на ΔT = 3 К его давление повысилось на δ = 2%. Определите начальную температуру газа.

36. В вертикальном цилиндре, закрытом сверху легкоподвижным поршнем площадью S = 50 см^2, находится ν = 2 моль кислорода при температуре t_1 = 20°С. На какую высоту поднимется поршень, если газ в цилиндре нагреть до температуры t_2 = 100°С. Масса поршня m = 10 кг, атмосферное давление нормальное.

37. Давление воздуха внутри плотно закупоренной бутылки при температуре t_1 = 7°С было p_1 = 100 кПа. При нагревании бутылки пробка вылетела. До какой температуры t_2 нагрели бутылку, если известно, что пробка вылетела при давлении воздуха в бутылке p = 130 кПа?

38. В воде на глубине H_1 = 1 м находится пузырёк воздуха. На какой глубине H_2 этот пузырёк сожмется в шарик вдвое меньшего радиуса? Атмосферное давление нормальное, плотность воды ρ = 1 г/см^3.

39. В сосуде объёмом V = 40 л находится кислород при температуре T = 300 К. Когда часть газа израсходовали, давление в баллоне понизилось на Δp = 100 кПа. Определить массу m израсходованного кислорода. Процесс считать изотермическим.

40. Чтобы изотермически уменьшить объём газа в цилиндре с поршнем в α = 2 раза, на поршень поместили груз массой m = 10 кг. Груз какой массы следует добавить, чтобы объём газа изотермически уменьшить ещё в β = 1,5 раза?

41. Плотность некоторого газа при нормальных условиях равна ρ = 1,25 кг/м^3. Отношение его удельных теплоёмкостей составляет $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V}$ = 1,4. Определите удельные теплоёмкости c_p и c_V этого газа.

42. Найдите удельные теплоёмкости воздуха c_p и c_V, считая, что в его состав входят: азот (α=76%), кислород (β=23%), аргон (ε=1%).

43. Вычислить удельные теплоёмкости газа, зная, что его молярная масса $\mu = 4\cdot10^{-3}$ кг/моль и отношение молярных теплоёмкостей $C_{\mu p}/C_{\mu V}$ = 1,67.

44. Идеальный газ в количестве 3 моль при температуре T_0 = = 273 К изотермически расширили в n = 5,0 раз, а затем изохорически нагрели так, что в конечном состоянии его давление стало равным первоначальному. За весь процесс газу сообщили количество тепла Q = 80 кДж. Найти величину $\gamma = C_p/C_V$ для этого газа.

45. Определить молярные теплоёмкости $C_{\mu V}$ и $C_{\mu p}$ смеси двух газов – одноатомного и двухатомного. Количества вещества ν_1 одноатомного и ν_2 двухатомного газов соответственно равны 0,4 моль и 0,2 моль.

46. Определить удельные теплоёмкости c_V и c_p водорода, в котором половина молекул распалась на атомы.

47. В сосуде находится смесь двух газов – кислорода массой m_1 = 6 г и азота массой m_2 = 3 г. Определить удельные теплоёмкости c_V и c_p такой газовой смеси.

48. Отношение удельных теплоёмкостей смеси, состоящей из нескольких молей ν_1 азота и ν_2 = 5 молей аммиака (NH_3), равно $\gamma = \dfrac{c_p}{c_V}$ = 1,35. Определите число молей ν_1 азота в смеси.

49. Смесь двух газов состоит из гелия массой m_1 = 5 г и водорода массой m_2 = 2 г. Найти отношение молярных теплоёмкостей $C_{\mu p}/C_{\mu V}$ этой смеси.

50. Воздух содержит β = 25% водяного пара. Считая сухой воздух двухатомным газом с молярной массой μ_2 = 29 г/моль, определите удельную теплоёмкость влажного воздуха при постоянном давлении c_p.

51. Некоторый газ массой m = 1 г и с первоначальным объёмом V_1 = 0,831 м^3, находящийся при температуре T = 280 К и давлении p_1 = 0,1 МПа, сжимают изотермически до давления p_2 = = 1 МПа. Определить, какой это газ (найти μ) и работу A, затраченную на сжатие газа.

52. Азот массой m = 100 г находится при температуре T_1 = = 300 К. В результате изохорического охлаждения его давление уменьшилось в n = 3 раза, а затем в результате изобарического расширения температура увеличилась до первоначальной. Определить полную работу расширения A_p, совершённую газом.

53. Многоатомный газ, находящийся при давлении p = = 0,1 МПа и температуре t_1 = 7°С, был изобарически нагрет на ΔT = 40 К, в результате чего он занял объём V_2 = 8 дм^3. Определить работу A_p расширения газа и конечную температуру газа.

54. Какая работа совершается при изотермическом расширении водорода массой m = 5 г, взятого при температуре t_1 = 17°С, если объём газа увеличивается в n = 3 раза?

55. Некоторый идеальный газ расширился по закону $p = \alpha V$, где α – известная постоянная. Первоначальный объём газа V_1 = 2 л. Найти работу газа, если в результате расширения его объём увеличился в n = 2 раза.

56. Объём идеального газа в количестве ν = 5 моль меняется по закону $V = \alpha/T$, где α = 2 м^3·К. Найти работу, совершённую газом при изменении его температуры на ΔT = 100 К.

57. Один моль идеального газа совершает процесс, при котором его давление зависит от температуры по закону $p = 400T^2$.

Найти работу, которую произведёт газ, если его температура изменится наΔT = 200 К.

58. Один моль идеального газа совершает процесс по закону p = = $p_0 + \alpha V$, где p_0 и α – известные положительные постоянные. Найти работу расширения газа, если его объём увеличился от V_1 до V_2.

59. В вертикальном цилиндре под поршнем с поперечным сечением S = 20 см^2 заключен столб газа высотой H = 30 см при температуре t = 27°С. Поршень может перемещаться без трения. Масса его m_0 = 5,0 кг. Цилиндр медленно нагрели на Δt = 50 К. Определите работу, совершённую газом. Атмосферное давление считать нормальным.

60. Идеальный газ расширяется до удвоенного объёма в процессе 1$\rightarrow$2. При этом его давление уменьшается по линейному закону. Затем его изобарически сжимают в процессе 2$\rightarrow$3 до первоначального объёма. Найдите отношение работ, совершённых газом в процессах расширения и сжатия. Известно, что температуры в состояниях 1 и 2 одинаковы.

61. Кислород массой m = 200 г занимает объём V_1 = 100 л и находится под давлением p_1 = 200кПа. При нагревании газ расширяется при постоянном давлении до объёма V_2 = 300 л, а затем его давление возросло до p_3 = 500 кПа при неизменном объёме. Найти изменение внутренней энергии ΔU газа, совершённую им работу A и теплоту Q, переданную газу. Построить график процесса.

62. Объём идеального одноатомного газа изменяют по закону $V = \alpha/T$, где α – постоянная. Найти количество тепла Q, полученное одним молем газа в этом процессе, если приращение температуры газа составляет ΔT = 50 К.

63. Одноатомный газ, находящийся при постоянном давлении p = 2 МПа в цилиндре под поршнем сечением S = 160 см^2, нагревается так, что поршень перемещается на расстояние h = 15 см. Найдите количество теплоты Q, сообщенное газу в этом процессе, и изменение его внутренней энергии ΔU.

64. Идеальный двухатомный газ объёмом V_1 = 50 л, находящийся при давлении p_1 = 0,5 МПа, нагревают при постоянном давлении до тех пор, пока его объём не увеличится в k = 2 раза, после чего газ изотермически сжимают до первоначального объёма. Определите в каждом из этих процессов изменение ΔU внутренней энергии газа и количество подведённого к газу тепла.

65. Закрытый баллон вместимостью $V = 0{,}5$ м^3 заполнен азотом под давлением $p_1 = 10$ кПа при температуре $T_1 = 290$ К. Определить изменение внутренней энергии ΔU и давление p_2 газа после сообщения ему количества теплоты $Q = 5$ кДж.

66. Идеальный двухатомный газ объёмом $V_1 = 60$ л, находящийся при давлении $p_1 = 0{,}3$ МПа, нагревают при постоянном объёме до тех пор, пока его давление не увеличится в $k = 2$ раза, после чего газ изотермически расширяется до начального давления. Определите в каждом из этих процессов количество подведённого к газу тепла.

67. Гелий массой $m = 20$ г, заключенный в цилиндре под поршнем, очень медленно переводят из состояния 1 ($p_1 = 0{,}41$ МПа, $V_1 = 32$ дм^3) в состояние 2 ($p_2 = 1{,}6$ МПа, $V_2 = 9$ дм^3). Какое количество теплоты Q сообщается газу при этом, если график зависимости давления от объёма есть прямая линия.

68. Один грамм кислорода (O_2) нагревается от $T_1 = 283$ К до $T_2 = 333$ К различными способами: а) изобарически; б) изохорически. Найти изменение внутренней энергии ΔU и количество теплоты Q, подведённое к кислороду при его нагревании от T_1 до T_2, в каждом случае.

69. Моль идеального газа из состояния с температурой $t = 100°C$ расширяется изобарически, а затем изохорически переходит в состояние с начальной температурой. Во сколько раз изменится при этом объём газа, если для перевода газа из начального состояния в конечное к нему подвели количество теплоты $Q = 831$ Дж?

70. Идеальный двухатомный газ объёмом $V_1 = 60$ л, находящийся при давлении $p_1 = 0{,}3$ МПа, нагревают при постоянном объёме до тех пор, пока его давление не увеличится в $k = 2$ раза, после чего газ изотермически расширяется до начального давления. Определите в каждом из этих процессов изменение ΔU внутренней энергии и количество подведённого к газу тепла.

71. При адиабатическом сжатии давление воздуха было увеличено от $p_1 = 50$ кПа до $p_2 = 0{,}5$ МПа. Затем при неизменном объёме температура воздуха была понижена до первоначальной. Определить давление газа p_3 в конце процесса.

72. Кислород массой m =250 г, имевший температуру T_1 = = 200 К, был адиабатически сжат. При этом была совершена работа A = 25 кДж. Определить конечную температуру газа T_2.

73. В баллоне при температуре T_1 = 145 К и давлении p_1 = = 2 МПа находится кислород. Определить температуру T_2 и давление p_2 кислорода после того, как из баллона будет очень быстро выпущена половина газа.

74. Определить показатель адиабаты идеального газа γ, который при температуре T = 350 К и давлении p = 0,4 МПа занимает объём V = 300 л и имеет теплоёмкость C = 857 Дж/К.

75. 2 л азота (N_2) при давлении p = 1 атм и температуре T_1 = 300 К расширяется адиабатически до объёма V_2 = 40 л. Газ считать идеальным. Определить температуру T_2 после расширения, давление p_2 после расширения и работу расширения газа A.

76. Определить постоянную адиабаты для газовой смеси, содержащей одинаковые (по массе) количества водорода и гелия.

77. Из баллона, содержащего кислород (O_2) под давлением p = 10^6 Па при температуре t = 18°C, выпустили половину находившегося в нём газа. Считая, что процесс адиабатический, определить конечную температуру и давление кислорода.

78. Объём некоторого идеального газа при его адиабатическом сжатии уменьшился в 10 раз, а давление увеличилось в 21,4 раза. Определить отношение удельных теплоёмкостей газа.

79. Водород массой m = 40 г, имеющий температуру T_1 =300 К, адиабатически расширяется и увеличивается в объёме в n_1 = 3 раза. Затем при изотермическом сжатии объём газа уменьшается в n_2 = 2 раза. Определить полную работу A, совершённую газом, и его конечную температуру T_2.

80. Азот массой m = 2 г, имевший температуру T_1 = 300 К, был адиабатически сжат так, что его объём уменьшился в n = 10 раз. Определить конечную температуру T_2 газа и работу его сжатия.

81. Найти изменение ΔS энтропии при изотермическом расширении кислорода массой m = 10 г от объёма V_1 = 25 л до объёма V_2 = 100 л.

82. Кислород, масса которого m = 0,2 кг, нагревают от температуры T_1 = 300 К до T_2 = 400 К. Найти изменение энтропии ΔS, если известно, что начальное и конечное давления газа одинаковы.

83. При нагревании аргона массой m = 8 г его абсолютная температура увеличилась в $\beta = 2$ раза. Определить приращение энтропии ΔS аргона, если его нагревание осуществлялось: 1) изохорически; 2) изобарически.

84. Найти изменение энтропии ΔS при изотермическом охлаждении $m = 10$ г кислорода, если его давление при этом уменьшается в $\beta = 4$ раза.

85. До какой температуры нужно нагреть кислород массой $m = 4$ кг при постоянном объёме, чтобы уменьшить его энтропию на $\Delta S = 1{,}31$ кДж/К? Начальная температура кислорода равна $t = 227°C$.

86. Определить изменение энтропии ΔS $m = 10$ г водорода при переходе его из состояния, характеризующегося объёмом $V_1 = 5$ л и температурой $T_1 = 300$ К, в состояние характеризующееся объёмом $V_2 = 20$ л и температурой $T_2 = 820$ К.

87. Найти изменение энтропии ΔS льда массой $m = 30$ г при превращении его в пар, если начальная температура льда $t_1 =$ $= -40°C$, а температура пара $t_2 = 100°C$. Теплоёмкости воды и льда считать постоянными, а все процессы – происходящими при постоянном давлении.

88. Азот массой $m = 10{,}5$ г изотермически расширяется от объёма $V_1 = 2$ л до объёма $V_2 = 5$ л. Найти изменение энтропии ΔS при этом процессе.

89. Воздух массой $m = 2$ кг сжимают адиабатически так, что его объём уменьшается в $\alpha = 4$ раза, а затем при постоянном объёме его давление увеличивают в $\beta = 1{,}5$ раза. Определите приращение энтропии ΔS в этом процессе.

90. В некоторой температурной области энтропия термодинамической системы изменяется по закону $S = a + bT$, где a – константа, $b = 5{,}00$ Дж/К^2. Какое количество теплоты получает система при её нагревании в области температур от $T_1 = 290$ К до $T_2 = 310$ К?

91. Идеальный одноатомный газ в количестве $\nu = 2$ моль совершает цикл Карно. Температура «нагревателя» составляет $T_н =$ $= 470$ К, температура «холодильника» равна $T_х = 280$ К. Наибольшее давление газа за цикл равно $p_1 = 1$ МПа. При изотермическом расширении газ совершил работу $A_{12} = 1$ кДж. Определите: 1) координаты пересечения (p_k, V_k и T_k , где $k = 1, 2, 3, 4$) изотерм и адиабат; 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_Н$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

92. Воздух массой 1 кг совершает цикл Карно между температурами $t_х$ = 27°C и $t_н$ = 627°C, причём наивысшее давление за цикл равно p_1 = 6 МПа, а наименьшее равно p_3 = 100 кПа. Определите: 1) параметры состояния воздуха (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4) в характерных точках цикла; 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_Н$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

93. Двухатомный газ в количестве ν = 34,5 моль совершает цикл Карно между температурами $t_х$ = 27°C и $t_н$ = 327°C, при этом его наивысшее давление составляет p_1 = 2 МПа, наименьшее равно p_3 = 120 кПа. Определите: 1) параметры состояния газа (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4) в характерных точках цикла; 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_Н$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

94. Один килограмм воздуха совершает цикл Карно между температурами $t_х$ = 30°C и $t_н$ = 250°C. Наибольшее значение давления газа за цикл равно p_1 = 5 МПа, а наибольшее значение его объёма составляет V_1 = 0,860 м^3. Определите: 1) параметры состояния воздуха (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4) в характерных точках цикла; 2) работу воздуха A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_Н$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

95. При температурах «нагревателя» и «холодильника», равных соответственно $t_н$ = 127°C и $t_х$ = 27°C, двухатомный газ в количестве ν = 1 моль совершает цикл Карно. Наибольший объём газа V_3 = 20 л, наименьший V_1= 5 л. Определить: 1) координаты пересечения (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4) изотерм и адиабат; 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_Н$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

96. Наименьший объём трёхатомного газа в количестве ν = = 2 моль, совершающего цикл Карно, равен V_1 = 12 л, наибольшее давление газа составляет p_1 = 1 МПа. Объём газа в конце его изотермического расширения равен V_2 = 60 л, а в конце изотермического сжатия составляет V_4 = 19 л. Определите: 1) параметры состояния воздуха (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4) в характерных точках цикла; 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_{\text{Н}}$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

97. Двухатомный газ в количестве ν = 2 моль совершает цикл Карно. При изотермическом расширении газа его объём увеличивается в β = 2 раза, а при последующем адиабатическом расширении он совершает работу A_{23} = 300 Дж. Наибольшее давление газа равно p_1 = 1,2 МПа, а температура «нагревателя» составляет $t_{\text{н}}$ = = 150°C. Определите: 1) параметры состояния воздуха (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4) в характерных точках цикла; 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_{\text{Н}}$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

98. В цикле Карно изотермическое расширение газа осуществляется при температуре $t_{\text{н}}$ = 197°C так, что его объём увеличивается в β = 2 раза. Наибольший объём газа V_3 = 10 л. В конце адиабатического расширения температура газа равна $t_{\text{х}}$ = 94°C. Рабочим телом служит водяной пар массой m = 18 г. Определите: 1) координаты пересечения (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4) изотерм и адиабат; 2) работу A, совершаемую газом за один цикл; 3) количество теплоты $Q_{\text{Н}}$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

99. Воздух массой m = 1 кг совершает круговой процесс, состоящий из двух изохорических и двух изобарических процессов (см. рис. 14). Начальный объём газа V_1 = 80 дм^3. Давление меняется от p_1 = 1,2 МПа до p_2 = 1,4 МПа. Принимая температуру в четвертом состоянии равным t_4 = 150°C, определите: 1) координаты пересечения изохор и изобар (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4); 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_{\text{Н}}$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

100. Воздух массой m = 1 кг совершает круговой процесс, состоящий из двух изохорических и двух изобарических процессов (см. рис. 14). Минимальное значение давления газа составляет p_1 = = 1,2 МПа, максимальное равно p_2 = 2,4 МПа, минимальный объём газа равен V_1 = 70 дм^3. Принимая, что $T_2 = T_4$, определите: 1) координаты пересечения изохор и изобар (p_k, V_k и T_k , где k = 1, 2, 3, 4); 2) работу газа A за один цикл; 3) количество теплоты $Q_{\text{Н}}$, полученное рабочим телом от «нагревателя» за цикл; 4) термический КПД цикла.

ВОПРОСЫ ДЛЯ САМОКОНТРОЛЯ

Физические основы механики

1. Модели в механике (материальная точка, радиус-вектор, траектория, путь, перемещение, абсолютно твёрдое тело, система отсчёта). Кинематическое уравнение движения материальной точки.

2. Скорость и ускорение материальной точки. Классификация движений.

3. Угол поворота. Угловая скорость и угловое ускорение.

4. Прямая и обратная задачи кинематики. Кинематические уравнения прямолинейного равноускоренного движения материальной точки.

5. Прямая и обратная задачи кинематики. Кинематические уравнения равноускоренного вращательного движения материальной точки вокруг неподвижной оси.

6. Основные понятия динамики материальной точки (виды фундаментальных взаимодействий и их сравнительная оценка, масса, импульс, сила, силовое поле).

7. Законы Ньютона. Границы применения законов Ньютона.

8. Силы упругости и гравитации. Контактные силы (силы реакции опоры и трения, вес тела и т.д.).

9. Импульс тела. Импульс силы. Закон сохранения импульса механической системы. Однородность пространства.

10. Работа и мощность в механике.

11. Кинетическая энергия механической системы. Теорема о кинетической энергии.

12. Консервативные и неконсервативные силы. Потенциальная энергия. Понятие градиента скалярной величины. Примеры потенциальных силовых полей.

13. Полная механическая энергия системы тел (тела). Закон сохранения механической энергии. Движение тела в потенциальном силовом поле.

14. Момент силы относительно точки и оси.

15. Момент импульса относительно точки и оси.

16. Момент инерции твёрдого тела относительно неподвижной оси. Момент инерции однородных симметричных тел (стержень, кольцо, диск, цилиндр, полый цилиндр, тонкий диск). Теорема Штейнера.

17. Теорема Штейнера.

18. Основное уравнение динамики вращательного движения твёрдого тела вокруг неподвижной оси.

19. Момента импульса твёрдого тела относительно неподвижной оси. Закон сохранения момента импульса.

20. Работа и кинетическая энергия при вращательном движении твёрдого тела.

Молекулярная физика. Термодинамика

1. Идеальный газ. Уравнение Менделеева – Клапейрона. Изопроцессы.

2. Основное уравнение молекулярно-кинетической теории для давления идеального газа. Смесь газов. Закон Дальтона.

3. Закон равномерного распределения энергии молекул по степеням свободы. Число степеней свободы системы.

4. Элементы теории вероятности. Вероятность. Функция распределения вероятности. Свойства функции распределения. Нормировка функции распределения.

5. Распределение Максвелла молекул идеального газа по скоростям (по модулю и компоненте). Следствия из закона распределения. Скорости газовых молекул (средняя арифметическая, средняя квадратичная, наиболее вероятная).

6. Газы во внешнем силовом поле. Барометрическая формула. Распределение Больцмана.

7. Работа расширения газа и её вычисление при различных термодинамических процессах.

8. Количество теплоты. Теплоёмкость. Теплоёмкость идеального газа.

9. Первый закон термодинамики и его применение к изопроцессам. Невозможность создания вечного двигателя первого рода.

10. Теплоёмкость идеального газа при постоянном давлении (p = const) и постоянном объёме (V = const). Уравнение Майера.

11. Внутренняя энергия. Внутренняя энергия идеального газа.

12. Адиабатический процесс. Уравнение Пуассона. Показатель адиабаты.

13. Работа и изменение внутренней энергии идеального газа при адиабатическом процессе.

14. Второе начало термодинамики. Его формулировки (по Кельвину и Клаузиусу). Энтропия. Статистический смысл энтропии. Энтропия как функция состояния системы.

15. Энтропия идеального газа при различных термодинамических процессах.

16. Работа и теплота в циклических процессах.

17. Тепловая машина. КПД тепловой машины. Цикл Карно и его термический КПД.

18. Идеальная холодильная машина. Эффективность идеальной холодильной машины

ПРИЛОЖЕНИЕ

Основные физические константы

Ускорение свободного падения $g = 9{,}81$ м/с^2.

Гравитационная постоянная $\gamma = 6{,}67 \cdot 10^{-11}$ м^3/(кг·с^2).

Число Авогадро $N_A = 6{,}02 \cdot 10^{23}$ моль$^{-1}$.

Универсальная газовая постоянная $R = 8{,}31$ Дж/(моль·К).

Постоянная Больцмана $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К.

Элементарный заряд $e = -1{,}60 \cdot 10^{-19}$ Кл.

Масса электрона $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$ кг.

Скорость света в вакууме $c = 3{,}00 \cdot 10^8$ м/с.

Постоянная закона Стефана – Больцмана $\sigma = 5{,}67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м^2·К^4).

Постоянная закона смещения Вина $b = 2{,}90 \cdot 10^{-3}$ м·К.

Постоянная Планка $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}$ Дж·с.

Электрическая постоянная $\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м.

Магнитная постоянная $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м.

Таблица П1

Некоторые астрономические величины

Наименование	Значение
Радиус Земли	$6{,}37 \cdot 10^6$ м
Масса Земли	$5{,}98 \cdot 10^{24}$ кг
Радиус Солнца	$6{,}95 \cdot 10^8$ м
Масса Солнца	$1{,}98 \cdot 10^{30}$ кг
Радиус Луны	$1{,}74 \cdot 10^6$ м
Масса Луны	$7{,}33 \cdot 10^{22}$ кг
Расстояние от центра Земли до центра Солнца	$1{,}49 \cdot 10^{11}$ м
Расстояние от центра Земли до центра Луны	$3{,}84 \cdot 10^8$ м

Таблица П2

Свойства некоторых твёрдых тел

Вещество	**Плотность, $\times10^3$ кг/м^3**	**Температура плавления, °С**	**Удельная теплоёмкость, Дж/(кг·К)**	**Удельная теплота плавления, $\times10^5$ Дж**
Алюминий	2,70	659	896	3,22
Медь	8,93	1100	395	1,76
Свинец	11,3	327	126	0,226
Серебро	10,5	960	234	0,88
Сталь	7,7	1400	460	0,8
Чугун	7,88	1150	503	1,2
Лёд	0,9	0	2100	3,35

Таблица П3

Свойства некоторых жидкостей

Жидкость	**Плотность, $\times10^3$ кг/м^3**	**Удельная теплоёмкость при 20°С, Дж/(кг·К)**	**Удельная теплота парообразования, МДж/кг**
Вода	1,00	4190	2,26
Керосин	0,80	2140	0,22
Бензин	0,79	2040	0,250
Ртуть	13,6	138	0,285
Спирт	0,80	2510	0,924

Таблица П4

Плотность газов (при нормальных условиях)

Газ	**Плотность,**	**Газ**	**Плотность,**

	кг/м³		кг/м³
Водород	0,09	Гелий	0,18
Воздух	1,29	Кислород	1,43

Таблица П5

Относительные атомные массы (атомные веса) А и порядковые номера Z некоторых элементов.

Элемент	**Символ**	**A**	**Z**	***Элемент***	**Символ**	**A**	**Z**
Водород	H	1	1	Кальций	Ca	40	20
Гелий	He	4	2	Марганец	Mn	55	25
Углерод	C	12	6	Железо	Fe	56	26
Азот	N	14	7	Никель	Ni	59	28
Кислород	O	16	8	Медь	Cu	64	29
Неон	Ne	20	10	Молибден	Mo	96	42
Натрий	Na	23	11	Серебро	Ag	108	47
Магний	Mg	24	12	Олово	Sn	119	50
Алюминий	A1	27	13	Вольфрам	W	184	74
Сера	S	32	16	Платина	Pt	195	78
Хлор	Cl	35	17	Золото	Au	197	79
Аргон	Ar	40	18	Ртуть	Hg	201	80

Таблица П6

Эффективный диаметр молекулы

Газ	Диаметр, м	Газ	Диаметр, м
Азот	$3{,}0 \cdot 10^{-10}$	Гелий	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$
Водород	$2{,}3 \cdot 10^{-10}$	Кислород	$2{,}7 \cdot 10^{-10}$

Таблица П7

Удельная теплота сгорания некоторых видов топлива

Топливо	***q*, МДж/кг**	**Топливо**	***q*, МДж/кг**
Порох	3,0	Древесный	29,7

		уголь	
Торф	15,0	Нефть	43
Каменный уголь	29,3	Бензин	46,0

Таблица П8

Множители и приставки для образования десятичных кратных и дольных единиц и их наименования

Приставка		Множитель	Приставка		Множитель
Наименование	Обозначение		Наименование	Обозначение	
экса	Э	10^{18}	деци	д	10^{-1}
пэта	П	10^{15}	санти	с	10^{-2}
тера	Т	10^{12}	милли	м	10^{-3}
гига	Г	10^{9}	микро	мк	10^{-6}
мега	М	10^{6}	нано	н	10^{-9}
кило	к	10^{3}	пико	п	10^{-12}
гекто	г	10^{2}	фемто	ф	10^{-15}
дека	де	10^{1}	атто	а	10^{-18}

Таблица П9

Некоторые математические формулы

$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(x^n) = nx^{n-1}$	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^x) = e^x$	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(\ln\lvert x\rvert) = \frac{1}{x}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x}\right) = -\frac{1}{x^2}$	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\frac{1}{x^n}\right) = -\frac{n}{x^{n+1}}$	$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(e^{ax}) = ae^{ax}$
$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}(a^x) = a^x \ln a$	$(uv)' = u'v + v'u$	$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$
$\int\frac{\mathrm{d}x}{x} = \ln x + const$	$\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2} = -\frac{1}{x} + const$	$\int x^n \mathrm{d}x = \frac{x^{n+1}}{n+1} + const$

$\int_a^b x\mathrm{d}x = \frac{1}{2}x^2\Big\vert_a^b = \frac{1}{2}\left(b^2 - a^2\right)$	$\ln a + \ln b = \ln(ab)$	$\ln a - \ln b = \ln\left(\frac{a}{b}\right)$

СОДЕРЖАНИЕ

ПРИМЕЧАНИЯ

Арзуманян Грайр Вагаршакович
Гатько Людмила Евстафьевна
Третьякова Алина Васильевна
Фатеева Валентина Афанасьевна
Чилингарова Нарина Сароевна

Учебно-методическое пособие и контрольные задания по физике
Часть 1

Для студентов всех инженерных специальностей факультета безотрывной формы обучения

Ответственный за выпуск Арзуманян Г.В.
Редактор Маныч Э.И.
Корректор Маныч Э.И.

ЛР № 020565 от 23. 06. 1997г. Подписано к печати 2009г.
Формат 60×84 $^{1}/_{16}$. Бумага офсетная. Офсетная печать.
Усл. п.л. – 6,1. Уч.-изд. л. – 5,9.
Заказ № . Тираж 200 экз.

«С»

Издательство Технологического института
Южного федерального университета
ГСП 17А, Таганрог, 28, Некрасовский, 44

Типография Технологического института
Южного федерального университета
ГСП 17А, Таганрог, 28, Энгельса, 1